

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CRISIANE REZENDE VILELA DE OLIVEIRA

UMA ABORDAGEM PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO

CURITIBA
2017

CRISIANE REZENDE VILELA DE OLIVEIRA

UMA ABORDAGEM PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO

Tese de doutorado apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Programação Matemática, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Arinei Carlos Lindbeck da Silva.

Co-Orientador: Prof. Dr. Gustavo Valentim Loch

CURITIBA
2017

OL48a

Oliveira, Crisiane Rezende Vilela de

Uma abordagem para a resolução do problema de transporte com custo fixo /
Crisiane Rezende Vilela de Oliveira. – Curitiba, 2017.

103 f. : il. color. ; 30 cm.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa
de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2017.

Orientador: Arinei Carlos Lindbeck da Silva.

Coorientador: Gustavo Valentim Loch.

1. Métodos numéricos. 2. Heurística. 3. Implementação computacional.
I. Universidade Federal do Paraná. II. Silva, Arinei Carlos Lindbeck da.
III. Loch, Gustavo Valentim. IV. Título.

CDD: 515.35



CESEC/TC/UFPR - Centro Politécnico - Curitiba - Paraná - Brasil
CEP 81531-980 - Tel: (41) 3361-3218 - E-mail:
cesec@ufpr.br

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Setor CIÊNCIAS EXATAS
Programa de Pós-Graduação MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **CRISIANE REZENDE VILELA DE OLIVEIRA** intitulada: **UMA ABORDAGEM PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 20 de Junho de 2017.

ARINEI CARLOS LINDBECK DA SILVA
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

JULIO EDUARDO ARCE
Avaliador Externo (UFPR)

CASSIUS TADEU SCARPIN
Avaliador Interno (UFPR)

CELSO CARNIERI
Avaliador Externo (UFPR)

ROY WILHELM PROBST
Avaliador Externo (UFPR)

Aos meus pais e irmão.
Ao meu marido e nossos filhos.
Amor eterno.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida.

Aos meus pais, Cristiano e Glorinha, pelos ensinamentos transmitidos a mim e meu irmão, baseados na simplicidade, honestidade e força de vontade, alicerces que são fundamentais para o nosso crescimento profissional, mas acima de tudo, pessoal.

Ao meu esposo Leandro, amigo, companheiro de longa data, desde os tempos do colégio, meu amor: seu apoio em toda minha trajetória profissional foi fundamental. Juntos, realizamos nossos sonhos, construímos nossa família, fomos presenteados com nossos lindos filhos, Mariana e Rafael, razões de nossas vidas.

Aos familiares e amigos, todos os que me apoiaram e me incentivaram, direta ou indiretamente, deixo meu sentimento de gratidão.

Aos professores do PPGMNE e ao GTAO, obrigada pelos ensinamentos e direcionamentos no caminho a ser escolhido.

Ao meu orientador Arinei, obrigada pelo seu conhecimento prático das teorias (que as deixam simples), paciência, diálogo franco e amizade. A sua maneira de tratar as pessoas com empatia o torna único.

Ao IFPR agradeço pela licença capacitação, importante para a dedicação integral aos estudos.

Nesse percurso, não são apenas quatro anos, é toda uma vida acadêmica envolvida, e nessa trajetória, a lembrança e bons exemplos de minha amiga Lucimeire sempre se fizeram presente. Infelizmente não está mais conosco, mas no nosso coração. Foi a primeira que me mostrou os caminhos de continuidade nos estudos e me incentivou a nunca desistir dos sonhos.

Com carinho e gratidão deixo meu agradecimento a todas as pessoas que fizeram a diferença nesse percurso.

RESUMO

O Problema de Transporte com Custo Fixo (PTCF) é uma classe da Programação Linear (PL), em que o custo total de envio de um produto, de uma origem para um destino, é composto por um custo unitário de transporte, proporcional à quantidade de itens enviados, e um custo fixo, associado à abertura da rota. O PTCF é NP-*hard* e além disso possui uma característica que à medida que a diferença entre o valor do custo unitário e o do custo fixo aumenta, o tempo computacional sofre alteração, piorando o desempenho. A base de problemas gerada por Sun, em 1998, foi adotada para realizar os testes computacionais. Após revisar alguns métodos da literatura, as heurísticas HEUR-1, HEUR-2, KOWA e HEUR-3 foram desenvolvidas e implementadas, utilizando estrutura de árvores e com otimização em relação ao cálculo das variáveis duais. Após realizar os testes computacionais, os métodos desenvolvidos foram comparados entre si constatando-se a superioridade de HEUR-3. A seguir, HEUR-3 foi comparado com BT, GIP, CORE2 e CORE3, que são métodos da literatura utilizados para resolver o PTCF além de comparar o desempenho com o *solver* Gurobi. Para todos os testes foi definido como critério de parada o tempo limite de 120 segundos. Cabe ressaltar que HEUR-3 e BT são heurísticas puras enquanto GIP, CORE2 e CORE3 fazem uso de um *solver* em determinado momento da rotina. Os valores obtidos para o PTCF em cada método da literatura e *solver* aqui citados, juntamente com HEUR-3, são analisados e discutidos parte a parte. A conclusão dessa tese mostra que HEUR-3 é superior quando comparado ao *solver* GUROBI e aos métodos BT, CORE2 e CORE3, o que não ocorre apenas com relação à técnica GIP.

Palavras-chave: Heurística, implementação computacional, Gurobi.

ABSTRACT

The Fixed Charge Transportation Problem (FCTP) is a Linear Programming (LP) class, whereby the total shipping cost of a product, from a source to a destination, consists of a unit transportation cost, proportional to the amount of sent items and a fixed charge associated with the opening of the route. The FCTP is NP-hard and has a characteristic in which, as far as the difference between the value of the unit cost and the fixed charge increases, the computational time changes, worsening the performance. The base of problems generated by Sun, in 1998, was adopted to perform the computational tests. Following the review of some literature methods, the heuristics HEUR-1, HEUR-2, KOWA and HEUR-3 were developed and implemented, using a tree structure and with optimization in relation to the calculation of dual variables. After executing the computational tests, the developed methods were compared to each other, confirming the superiority of HEUR-3. Next, HEUR-3 was compared to BT, GIP, CORE2 and CORE3, which are literature methods used to solve the FCTP, in addition to compare the performance with the Gurobi solver. For all tests, the timeout of 120 seconds was set as stop criterion. It should be noted that HEUR-3 and BT are pure heuristics while GIP, CORE2 and CORE3 make use of a solver at a given moment of the routine. The values obtained for the FCTP in each of the literature methods and solver listed here, together with HEUR-3, are analyzed and discussed side by side. The conclusion of this thesis shows that HEUR-3 is superior when compared to the GUROBI solver and with BT, CORE2 and CORE3 methods, which does not only occur merely to the GIP technique.

Keywords: Heuristic, computational implementation, Gurobi.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO LINEAR POR PARTES.....	13
FIGURA 2 – PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO.	14
FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO EM REDE PARA O PROBLEMA DE TRANSPORTE	15
FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DO TRANSPORTE EM GRAFO	34
FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO EM REDE PARA O PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO.....	35
FIGURA 6 – EXEMPLO DE CICLO AO INSERIR UMA NOVA VARIÁVEL NA BASE UTILIZANDO O	36
FIGURA 7 – EXEMPLO DE CICLO AO INSERIR UMA NOVA VARIÁVEL NA BASE USANDO A ESTRUTURA EM ÁRVORE.	36
FIGURA 8 – FLUXOGRAMA PARA MSL.....	39
FIGURA 9 – FLUXOGRAMA PARA TESTESOL	47
FIGURA 10 – ÍCONES UTILIZADOS NOS GRAFOS	83
FIGURA 11 – ESTRUTURA EM ÁRVORE NA 1ª ITERAÇÃO	84
FIGURA 12 – CASOS QUE SERÃO UTILIZADOS PARA O CÁLCULO DOS CUSTOS ATUALIZADOS.	86

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – COMPARATIVO DA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA ENTRE UM PT E UM PTCF	17
QUADRO 2 – CLASSIFICAÇÃO DOS TIPOS DE PROBLEMAS GERADOS NO CASO DO PTCF	43
QUADRO 3 – VARIAÇÃO DO CUSTO FIXO NOS TIPOS DE PROBLEMAS DA BASE DE DADOS DA LITERATURA	44
QUADRO 4 – PSEUDOCÓDIGO PARA O MÉTODO DE PERTURBAÇÃO RANDÔMICA	48
QUADRO 5 – PSEUDOCÓDIGO PARA HEURÍSTICA COM ALTERAÇÃO NO MÉTODO DE BALINSKI	49
QUADRO 6 – PSEUDOCÓDIGO PARA O MÉTODO KOWA.....	49
QUADRO 7 – PSEUDOCÓDIGO PARA HEURÍSTICA KOWOLI	50
QUADRO 8 – PSEUDOCÓDIGO PARA HEURÍSTICA HEUR-3	51
QUADRO 9 – RESUMO DA LITERATURA REVISADA PARA O PTCF	80
QUADRO 10 – CUSTOS UNITÁRIOS, QUANTIDADE E OFERTA E DEMANDA EM CADA ORIGEM E DESTINO.	82
QUADRO 11 – SBFU UTILIZANDO O CUSTO MÍNIMO.....	82
QUADRO 12 – CUSTO ATUALIZADO DAS VARIÁVEIS NÃO BÁSICAS NA 1ª ITERAÇÃO.....	83
QUADRO 13 – VARIÁVEIS NÃO-BÁSICAS QUE PERMANECEM COM O VALOR DE SEUS CUSTOS INALTERADOS NA 1ª ITERAÇÃO.	85
QUADRO 14 – VARIÁVEIS QUE TERÃO O CÁLCULO DE SEUS CUSTOS ATUALIZADOS NA 1ª ITERAÇÃO.	87
QUADRO 15 – CUSTO ATUALIZADO DAS VARIÁVEIS NÃO BÁSICAS NA 2ª ITERAÇÃO.....	87
QUADRO 16 – CUSTO ATUALIZADO DAS VARIÁVEIS NÃO BÁSICAS NA 2ª ITERAÇÃO.....	88

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - VALORES DOS CUSTOS UNITÁRIO E FIXO, OFERTAS E DEMANDAS, ASSOCIADO A LIGAÇÃO DE CADA ORIGEM A UM DESTINO.	33
TABELA 2 – VALORES DA MATRIZ DE BALINSKI.	33
TABELA 3 – VALORES DO PROBLEMA ORIGINAL	39
TABELA 4 – VALORES ATUALIZADOS APÓS O PRIMEIRO PASSO	40
TABELA 5 – RAMIFICAÇÃO DO MÉTODO DE KOWALSKI	40
TABELA 6 – ATUALIZAÇÃO DOS VALORES APÓS O SEGUNDO PASSO.	41
TABELA 7 – MATRIZ DE BALINSKI	41
TABELA 8 – SOLUÇÃO FACTÍVEL	41
TABELA 9 – VALORES ATUALIZADOS APÓS O PRIMEIRO PASSO	42
TABELA 10 – MATRIZ DE BALINSKI	42
TABELA 11 – SOLUÇÃO FACTÍVEL	42
TABELA 12 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA A BUSCA TABU, GIP, CORE-2 E CORE-3 APLICADOS AOS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN.....	53
TABELA 13 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO HEUR-1 E HEUR-2 PARA OS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN	53
TABELA 14 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O MÉTODO KOWA E HEUR-3 PARA OS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN.....	54
TABELA 15 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O GUROBI PARA OS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN	55
TABELA 16 – COMPARATIVO ENTRE SOLUÇÕES PARA BASE SUN – TIPO A..	56
TABELA 17 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO B....	57
TABELA 18 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO C ...	57
TABELA 19 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO D ...	58
TABELA 20 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO E....	58
TABELA 21 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO F....	59
TABELA 22 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO G ...	59
TABELA 23 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO H ...	60
TABELA 24 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO A	61
TABELA 25 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO A	61

TABELA 26 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO B	62
TABELA 27 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO C	62
TABELA 28 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO D	63
TABELA 29 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO E	63
TABELA 30 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO F	64
TABELA 31 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO G	64
TABELA 32 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO H	65
TABELA 33 – COMPARATIVO ENTRE HEUR-3 E GUROBI – TIPO H	66
TABELA 34 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E TEMPO (S) PARA PROBLEMAS DA BASESUN PARA AS HEURÍSTICAS BT E GIP – TIPOS: A, B, C, D.	89
TABELA 35 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E TEMPO (S) PARA PROBLEMAS DA BASESUN PARA AS HEURÍSTICAS BT E GIP – TIPOS: E, F, G, H.	90
TABELA 36 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E TEMPO (S) PARA PROBLEMAS DA BASESUN PARA AS HEURÍSTICAS CORE2 E CORE3 – TIPOS: A,B,C,D.	91
TABELA 37 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO DE PERTURBAÇÃO RANDÔMICA PARA A BASESUN – HEUR-1.....	92
TABELA 38 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO DE BALINSKI MODIFICADO PARA A BASE SUN – HEUR-2.....	93
TABELA 39 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO DE KOWALSKI PARA A BASESUN – KOWA	94
TABELA 40 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO HEUR-3.....	95
TABELA 41 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E GAP UTILIZANDO O SOLVER GUROBI 7.0.1 PARA A BASESUN NO TEMPO DE 120S.....	96

LISTA DE SIGLAS

AG	-	Algoritmo Genético
AIA	-	Algoritmo Imunológico Artificial
B&B	-	<i>Branch and Bound</i>
BT	-	Busca Tabu
CM	-	Custo Mínimo
CMBAL	-	Custo Mínimo com Balinski
FO	-	Função Objetivo
GIP	-	<i>Ghost Image Process</i>
NP	-	Nuvem de Partícula
MB	-	Matriz de Balinski
MFL	-	<i>More for less</i>
MSL	-	Método Solução Loch
PGCF	-	Problemas Gerais com Custo Fixo
PL	-	Programação Linear
PO	-	Pesquisa Operacional
PR	-	Perturbação Randômica
PT	-	Problema de Transporte
PTCF	-	Problema de Transporte com Custo Fixo
PTCFLP	-	Problema de Transporte com Custo Fixo Linear por Partes
PTR	-	Problema de Transporte Relaxado
SBF	-	Solução Básica Factível
SBFI	-	Solução Básica Factível Inicial
VNB	-	Variáveis não básicas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	OBJETIVO GERAL.....	9
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
1.3	JUSTIFICATIVA	10
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	10
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	12
2.1	VARIAÇÕES DO PROBLEMA	12
2.2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PTCF	14
2.3	TRAJETÓRIA HISTÓRICA RELACIONADA AO PTCF	17
2.3.1	Primeiros trabalhos entre 1954 e 1968.....	18
2.3.2	Pesquisas relacionadas ao Método de Murty	19
2.3.3	Pesquisas baseadas no Método <i>Branch and Bound</i>	20
2.3.4	Pesquisas baseadas em Algoritmo Genético	22
2.3.5	Pesquisas baseadas em outros métodos	24
2.3.6	Outras heurísticas e métodos exatos	26
3	METODOLOGIA.....	32
3.1	Descrição dos métodos existentes e problemas da literatura utilizados.....	32
3.1.1	Método de Balinski	32
3.1.2	Silva e Loch	34
3.1.3	Método de Kowalski.....	39
3.1.4	Problemas da literatura.....	43
3.2	Descrição dos métodos desenvolvidos	45
3.2.1	HEUR - 1	47
3.2.2	HEUR - 2	48
3.2.3	KOWA.....	49
3.2.4	KOWOLI	50
3.2.5	HEUR-3	50
4	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	52
4.1	Comparativo entre os métodos desenvolvidos	55

4.2	Comparativo entre os métodos da literatura.....	60
5	CONCLUSÕES	67
	REFERÊNCIAS.....	69
	APÊNDICE 1	79
	APÊNDICE 2.....	81
	APÊNDICE 3.....	89

1 INTRODUÇÃO

O Problema de Transporte (PT), destaca-se entre os típicos problemas da Programação Linear (PL) que em 1941 foi proposto por HITCHCOCK (1941) e a sua resolução, através de algoritmo, feita por Dantzig em 1951 (LOCH, 2014). Nele, o custo total de envio de um produto, entre uma origem e um destino, é proporcional à quantidade transportada. Por outro lado, existem os Problemas Gerais com Custo Fixo (PGCF), que consideram a existência do custo fixo, como a abertura de uma estrada.

O Problema de Transporte com Custo Fixo (PTCF) surge então como um caso particular dos PGCF e uma generalização do PT (LOCH, 2014), sendo proposto por Hirsch; Dantzig (1954).

A formulação matemática do PTCF assemelha-se a de um PT, porém agregando o custo fixo, que pode representar, por exemplo, pedágios em rodovias ou o custo de abertura de uma nova rota. Ou seja, os custos fixos no PTCF ocorrem para cada ligação utilizada entre origem e destino.

As aplicações para o PTCF, segundo Loch (2014), foram desenvolvidas em diferentes áreas, tais como a alocação de veículos lançadores para missões espaciais, a localização de usinas nucleares, a gestão de resíduos sólidos, a alocação de professores, problemas de controle de estoque, sequenciamento de horário e designação de pessoal.

Desde a sua formulação, em 1951, métodos exatos e heurísticos foram propostos. Muitos deles destinados a pequenos problemas ou apenas mostrando sua aplicação para exemplos didáticos.

Hirsch; Dantzig (1968) ressaltam que o PTCF é do tipo NP-hard. Na literatura corrente, trabalhos como o de Sun et al. (1998), Glover et al. (2005), Aguado (2009), Buson et al. (2014) e Roberti et al. (2014) trouxeram avanços para o PTCF, sendo que todos apresentaram resultados para a mesma base de dados utilizada por Sun et al. (1998), com problemas de dimensão até 50x70.

Esta tese visa apresentar uma metodologia de otimização sugerindo uma abordagem para a resolução do PTCF.

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é apresentar um método heurístico para resolver o Problema de Transporte com Custo Fixo aplicado aos problemas da literatura de Sun et al. (1998), que aqui denominam-se BaseSun.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para alcançar o objetivo geral dessa tese os principais objetivos específicos são:

- Estudar o PTCF e as características que o tornam complexo.
- Implementar computacionalmente a metodologia desenvolvida por Loch para o PT e o processo de melhoria de uma solução sugerido em sua tese.
- Apresentar e implementar um método heurístico capaz de obter boas respostas para o PTCF quando aplicado aos problemas da literatura.
- Realizar testes computacionais para o método a fim de buscar alterações que possam melhorar a resposta da função objetivo.
- Comparar o método com o *solver* Gurobi e com resultados da literatura que utilizaram a mesma base de dados.

1.3 JUSTIFICATIVA

O Problema de Transporte com Custo Fixo, como já mencionado, pode ser aplicado não só a problemas específicos de transporte, mas também em outras áreas. Othman et al. (2011) afirmam que os mercados competitivos obrigam as empresas a reduzirem os custos mantendo o nível de serviço ao cliente. Contudo, muitas vezes esperar uma resposta exata, pode levar muito tempo, tal como ocorre no PTCF¹. Dessa forma, em vários casos, uma heurística pode encontrar um resultado próximo do valor ótimo global em um período de tempo menor.

Segundo Kennington (1976), os intervalos de valores atribuídos ao custo fixo, quando comparados ao custo unitário na sua função objetivo, interferem no desempenho do tempo computacional. Os problemas da literatura desenvolvidos por Sun et al. (1998) apresentam estas características e servem de base para outras pesquisas relacionadas ao PTCF.

Sendo assim, desenvolver e implementar computacionalmente uma heurística para a resolução dos problemas clássicos do PTCF tem o intuito de minimizar o tempo para a obtenção da resposta.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esse trabalho está dividido em seis capítulos. No primeiro, apresenta-se a introdução do tema, ressaltando os objetivos e a importância dessa pesquisa.

No segundo capítulo, é realizada revisão de literatura com um enfoque teórico e cronológico, abordando os trabalhos desenvolvidos até o momento.

¹ Segundo Kennington (1976), esse fato não se restringe apenas para dimensões maiores, mas também sofre influência quando a diferença entre o custo unitário e o custo fixo é grande.

Uma abordagem mais detalhada com relação a alguns métodos é realizada no terceiro capítulo, pois estes foram utilizados como base para a proposta do método heurístico desse trabalho. Também nesse capítulo a metodologia desenvolvida é apresentada mostrando a sua evolução e as rotinas que foram implementadas, à medida que novas alterações eram inseridas.

Os testes para os problemas da literatura foram realizados para cada nova heurística, conforme mostrado no quarto capítulo com os resultados computacionais.

Finalmente, no quinto capítulo, foram realizadas e discutidas as análises e comparações entre os métodos heurísticos implementados nesse trabalho e os já existentes na literatura para o PTCF.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Esse capítulo tem o objetivo de mostrar os conceitos fundamentais e os trabalhos relacionados diretamente ou indiretamente com o PTCF. No Apêndice 1, o QUADRO 9 apresenta um resumo dos artigos estudados, em ordem cronológica.

2.1 VARIAÇÕES DO PROBLEMA

O PT é um dos tópicos de estudo da Pesquisa Operacional (PO) que de acordo com Silva (2012), tem a sua formulação matemática conhecida desde 1941. Dez anos mais tarde também foi conhecida a sua resolução por meio de algoritmo específico. A aplicação do problema é ampla e variada, desde a resolução de problemas de controle de estoque e sequenciamento de horário de funcionários até a designação de pessoal, entre outras.

Os PGCF podem ser incluídos dentro da PO. Segundo Sun; McKeown (1993), esses problemas são uma classe bem conhecida de problemas de otimização combinatória que, embora semelhante aos problemas de PL, também contêm uma variável binária para cada variável contínua. Como exemplo, têm-se os problemas de localização de instalações, onde um custo fixo é necessário para disponibilizar a facilidade; os problemas de encomenda de material, onde um custo de encomenda está associado a cada ordem de serviço; problemas de programação de máquina, onde é necessário tempo de preparação (*SETUP*) para qualquer novo processo de operação.

Dentro da grande variedade de PT e PGCF há uma classe de problemas que é uma combinação destes dois grupos maiores, denominado Problema de Transporte com Custo Fixo. Esse problema foi proposto por Hirsch; Dantzig (1954). Nesse caso, de acordo com Loch (2014), os custos fixos podem ser representados por pedágios em

rodovias, taxas de pouso em aeroportos, custos de *setup* em sistemas de produção, custos de construção de rodovias e outras aplicações.

Pode-se entender ainda que o Problema de Transporte com Custo Fixo Linear por Partes (PTCFLP) é uma generalização do PTCF, onde dependendo da quantidade a ser transportada entre cada origem e cada destino, os valores de custo fixo e custo variável podem sofrer alterações, como mostra a FIGURA 1.

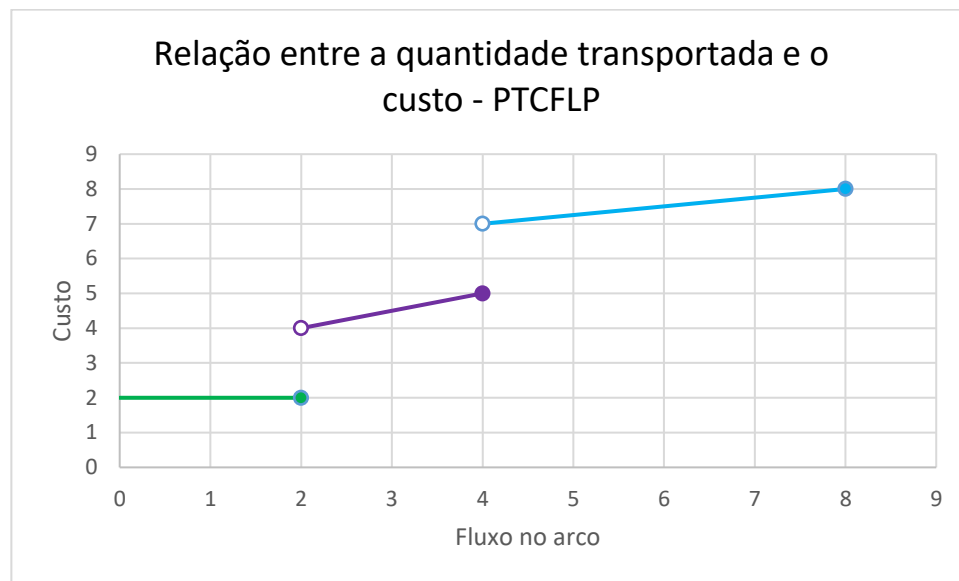


FIGURA 1 – PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO LINEAR POR PARTES.

FONTE: Adaptado de Christensen; Labbé (2015)

Para cada ligação entre uma origem e um destino, o valor do custo fixo aumenta em determinadas faixas, dependendo do fluxo no arco, como se estivesse associado a uma melhoria no caminho, para maiores quantidades transportadas. No caso do PTCF, há apenas uma função linear associada ao custo fixo de transporte para o arco que liga uma origem a um destino, ou seja, o custo fixo é único, como mostra a FIGURA 2.

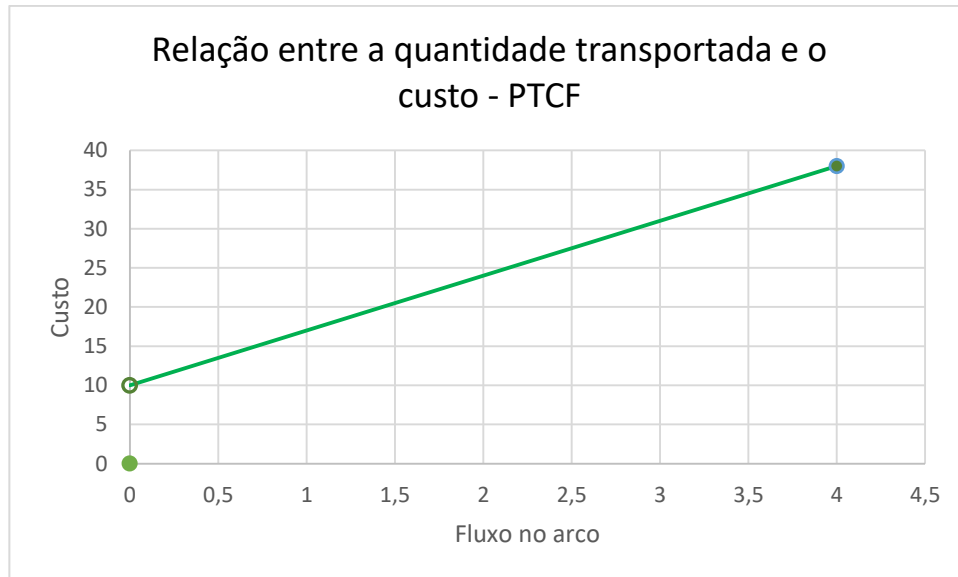


FIGURA 2 – PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO.

FONTE: A Autora (2017)

Existem alguns casos particulares do PTCF que não foram abordados nessa pesquisa, tais como: *Fixed Charge Solid Transportation Problem* (Problema de transporte sólido com custo fixo, com a inclusão de uma restrição referente ao modo de transporte) –Liu; Lin (2007); *Fixed Charge Transportation Problem in two-stage* (PTCF com transbordo) – Raj; Rajendran (2012); *Step Fixed Charge Transportation Problem* (PTCF limitado em duas faixas) - Kowalski; Lev (2008) e *Single-Sink Fixed Charge Transportation Problem* (PTCF com apenas uma origem ou destino) - Herer et al. (1996), entre outras variações.

2.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PTCF

Para explicar a formulação matemática do PTCF, inicialmente é apresentada a função objetivo (1) de um PT, que minimiza o custo total de transporte, em que c_{ij} corresponde ao custo unitário associado à quantidade transportada x_{ij} , entre a origem i e o destino j .

$$\min z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

O PT pode ser estruturado conforme mostra a FIGURA 3, como uma rede de m origens e n destinos ligados pelos arcos que representam o caminho pelo qual o produto pode ser transportado.

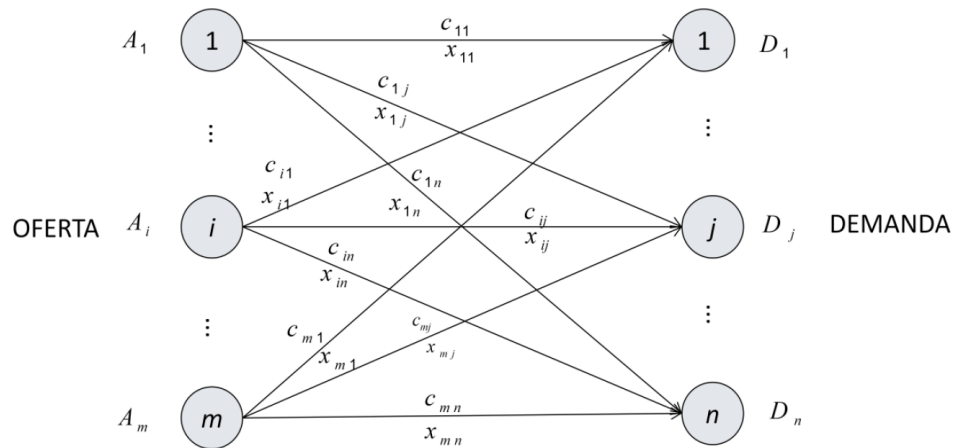


FIGURA 3 – REPRESENTAÇÃO EM REDE PARA O PROBLEMA DE TRANSPORTE

FONTE: Silva (2012)

As diferenças na formulação matemática de um PT para um PTCF começam pela função objetivo (2), que no PTCF apresenta o acréscimo do custo fixo f_{ij} associado à abertura ou não da rota, definido pela variável binária y_{ij} .

$$\min z(x,y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} x_{ij} + f_{ij} y_{ij}) \quad (2)$$

Tanto o PT como o PTCF possuem o conjunto de restrições de oferta (3) e de demanda (4), que garantem que toda oferta de cada origem seja transportada bem como toda demanda seja atendida, além do conjunto de restrições de não-negatividade das quantidades

transportadas (5). Cabe ainda ressaltar, no caso do uso de equações em (3) e (4), que o problema deve estar equilibrado², ou seja $\sum a_i = \sum b_j$.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (5)$$

Para o PTCF, em relação ao PT, é adicionado o conjunto de restrições (6), onde $M_{ij} = \min\{a_i, b_j\}$, se $x_{ij} > 0$ implica que $y_{ij} = 1$ e haverá abertura da rota. No caso de variáveis degeneradas e variáveis não básicas temos que $y_{ij} = 0$. O conjunto de restrições (7) também é acrescentado ao PTCF e indica que as variáveis y_{ij} são binárias³.

$$x_{ij} \leq M_{ij}y_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (7)$$

No PTCF o conjunto de restrições (5), juntamente com (2) e (6), forçam que $y_{ij} = 1$ se e somente se $x_{ij} > 0$ e por outro lado, $y_{ij} = 0$ se e somente se $x_{ij} = 0$.

Dessa forma, é possível comparar a formulação matemática entre um PT e um PTCF conforme mostra o QUADRO 1, destacando as diferenças entre os mesmos.

² Uma outra formulação apresenta inequações para a limitação de oferta ou demanda, mas neste trabalho considera-se o modelo equilibrado.

³ $y_{ij} = 1$ implica que existe a ligação de i para j e $y_{ij} = 0$, o contrário.

	PT	PTCF
Função Objetivo	$\min z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$	$\min z(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij}x_{ij} + f_{ij}y_{ij})$
Restrições	$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, m$	$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, \dots, m$
	$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n$	$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, \dots, n$
		$x_{ij} \leq M_{ij}y_{ij}, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$
	$x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$	$x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$
		$y_{ij} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$

QUADRO 1 – COMPARATIVO DA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA ENTRE UM PT E UM PTCF
 FONTE: A Autora (2017)

De acordo com Sun; McKeown (1993), no intuito de acelerar o processo de resolução, alguns métodos heurísticos foram desenvolvidos para solucionar o PTCF, com o objetivo de produzir soluções ótimas ou próximas do ótimo global, partindo de uma Solução Básica Factível Inicial (SBFI). Houveram também propostas de métodos exatos para o problema que serão abordadas ao longo dessa pesquisa.

2.3 TRAJETÓRIA HISTÓRICA RELACIONADA AO PTCF

O PTCF teve sua gênese a partir do trabalho de Hirsch; Dantzig (1954). Os mesmos pesquisadores, afirmam que a função objetivo de um PTCF é côncava e também provam que a minimização de uma função côncava, definida ao longo de um poliedro convexo, assume o seu mínimo em um ponto extremo. Desde então propostas exatas e heurísticas foram e são apresentadas visando obter, respectivamente, uma solução exata ou aproximada para o PTCF.

2.3.1 Primeiros trabalhos entre 1954 e 1968

No intervalo de tempo entre os trabalhos de Hirsh e Dantzig (1954 – 1968) alguns métodos heurísticos para o PTCF foram desenvolvidos por Balinski (1961), Kuhn; Baulmol (1962), Dwyer (1966), Cooper; Drebes (1967) e Cooper; Olson (1968). Por outro lado, Spielberg (1964) e Gray (1967) tentaram propor métodos exatos.

Balinski (1961) prova em seu trabalho que para problemas relaxados⁴:

$$x_{ij} = M_{ij}y_{ij} \quad (8)$$

e ao isolar y_{ij} em (8), a função objetivo do PTCF (2) é substituída por outra aproximada (9) e o problema resultante é resolvido usando o algoritmo padrão de transporte.

$$\min = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \left(c_{ij} + \frac{f_{ij}}{M_{ij}} \right) \quad (9)$$

Kuhn; Baulmol (1962) apresentam um método computacional simples de “degenerescência forçada”, aplicado a um problema de abastecimento da marinha.

Spielberg (1964) e Gray (1967) utilizam o processo de particionamento de Benders (1962)⁵. O primeiro no intuito de obter uma solução exata, sendo eficaz para problemas com menos de 150 variáveis de custo fixo. Em contrapartida, para grandes problemas, os resultados computacionais foram desanimadores. O segundo decompõe o PTCF num problema de programação inteira e numa série de subproblemas de transporte⁶ e adapta o algoritmo de Hillier (*bound and scan*) no intuito de

⁴ Neste caso, o problema relaxado é um PT, sem considerar custos fixos.

⁵ Este processo foi proposto para resolução de problemas de programação com variáveis mistas. Um detalhamento do método pode ser consultado em Rocha et al. (2011).

⁶ Semelhante ao método de Benders, mas aqui envolvendo apenas uma programação inteira.

reduzir o número de vértices a ser examinado. Além disso, utiliza o método de Balinski, possibilitando encontrar resultados para problemas de tamanho até 8×12 .

Dwyer (1966) aplica o método de matrizes completamente reduzidas⁷ para o PTCF, associado a métodos exatos e aproximados. O objetivo é encontrar a solução mais degenerada para o caso de custos fixos, que são grandes quando comparado aos custos variáveis, e mostra que essa solução mais degenerada é ótima.

Cooper; Drebes (1967) desenvolvem um método aproximado que utiliza pontos extremos adjacentes, onde os custos da função objetivo são recalculados em certa fase do algoritmo. Em determinados momentos do cálculo um vetor é escolhido para entrar na base de acordo com critérios do método. Computacionalmente, proporciona a melhor solução numa elevada porcentagem de tempo e, quando não encontra o ótimo, fornece boa aproximação. Cooper; Olson (1968) continuam essa pesquisa na tentativa de melhorar os métodos aproximados usando uma técnica de perturbação básica que alcança resultados melhores, porém insignificantes.

Walker (1968) avalia alguns trabalhos anteriores, aplicando o algoritmo de *Gomory* e o método de partição de *Benders* concluindo que são viáveis para pequenos PTCF (com dimensões até 6×8).

2.3.2 Pesquisas relacionadas ao Método de Murty

O método exato proposto por Murty (1968), utiliza um algoritmo baseado em *ranking* de pontos extremos, mas não é eficiente em caso de degenerescência na solução ótima. Os problemas resolvidos apresentam amplitude de custos variáveis maior que de custos fixos, mostrando-se inviável para problemas de maiores dimensões.

Gray (1971) estabelece limites entre os valores máximos e mínimos do custo fixo total e associado ao seu algoritmo está o de pontos

⁷ Consiste no fato de que uma constante pode ser subtraída de cada elemento de qualquer linha ou coluna da matriz de custos. Detalhamento sobre o método pode ser visto em Dwyer; Galler (1956).

extremos de Murty, possibilitando que utilize uma quantidade menor de vértices, obtendo redução no tempo computacional.

Um estudo sobre as estruturas algébricas do PT foi realizado por Thompkins (1971), analisando as relações entre as variáveis do problema e agrupando-as. Para cada variável em seu agrupamento, limites superiores foram estabelecidos. Ao descobrir a solução factível para o grupo, a viabilidade era estudada para o problema original.

Mckeown (1975) destaca que vários problemas envolvendo degeneração e restrições de desigualdade surgem quando se tenta implementar o método de Murty diretamente. Sendo assim, apresenta um método que utiliza uma abordagem de classificação de vértices em conjunto com outros procedimentos que resolvem esses problemas.

Sadagopan; Ravindran (1982), baseado no método de Murty, com implementação de atualizações dinâmicas, conseguem melhores valores de limite inferior.

2.3.3 Pesquisas baseadas no Método *Branch and Bound*

O Método *Branch and Bound* (B&B),

Baseia-se na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira de um problema. O termo branch refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções. O termo bound ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração (GOLDBARG; LUNA (2005).

Esse método foi aplicado por diversos pesquisadores na tentativa de resolver o PTCF.

Inicialmente, Steinberg (1970) propõe três métodos heurísticos, sendo que o terceiro utiliza o procedimento exato *B&B*. A combinação dos dois primeiros algoritmos heurísticos resultou em soluções melhores do que aquelas propostas utilizando *B&B*. A heurística de Cooper; Drebes (1967) foi combinada com as heurísticas do trabalho de Steinberg (1970) e todos os 290 problemas (5x10) foram resolvidos de forma ideal,

onde apenas um problema de um total de 96 (15x30) não chegou à solução ótima.

Gupta (1983), desenvolveu uma melhoria no algoritmo de *Steinberg*, apresentando o modelo por meio de um exemplo acadêmico 4x3.

Kennington; Unger (1976) desenvolvem um procedimento novo de *B&B* explorando fortemente a estrutura de transporte subjacente. O problema relaxado assume essa forma simples e penalidades são facilmente construídas a partir da solução mais adequada desse PT. Posteriormente, Kennington (1976) analisa o método e as conclusões do seu trabalho mostrando que:

- i. o desempenho do tempo computacional piora à medida que aumentam os custos fixos em relação aos custos unitários com as demandas permanecendo constantes;
- ii. o tempo computacional diminui à medida que se aumenta a oferta total;
- iii. problemas com cerca de 200 arcos podem ser resolvidos se os custos fixos não possuem um valor muito grande, enquanto que problemas com menos de 100 arcos podem explodir, caso contrário.

McKeown (1981) utiliza o algoritmo *B&B* para PGCF calculando os limites separadamente sobre a soma dos custos fixos e sobre o valor objetivo contínuo. Nessa mesma linha, McKeown; Ragsdale (1990) mostram que o pré-processamento de dados e/ou a adição de restrições podem levar a um melhor desempenho do método *B&B*. Em outro artigo, Ragsdale; McKeown (1991) geram um conjunto forte de restrições cobertas sobre as variáveis de custos fixos inteiros, obtendo uma solução inicial que melhora o método *B&B*.

Barr et al. (1981) aplicam o algoritmo de *B&B* para a resolução de PTCF esparsos⁸.

⁸ Um PT pode ser denso ou esparsos. Denso, quando possui todos os custos entre origens e destinos conhecidos e cada origem é conectada a todos os destinos. Esparsos quando as origens se conectam a um número menor de destinos do problema.

O método *B&B* também foi modelado por Schaffer; O'Leary (1989) utilizando dois subproblemas (PT e o problema da mochila). Os autores constataram que existe uma correspondência entre as variáveis contínuas do PT e as variáveis de custo fixo do problema da mochila. Aliado ao método *B&B*, utilizaram o algoritmo SWIFT (ponto extremo adjacente) de Walker para encontrar a solução ótima⁹.

Hultberg; Cardoso (1997) aplicam o algoritmo de *B&B* para resolver o problema de alocação de professores, resolvido como um caso especial de PTCF.

Lamar; Wallace (1997) propõem uma modificação simples nas penalidades de Driebeek (1966) e Cabot; Erenguc (1984), melhorando a eficácia do método *B&B*.

Bell et al. (1999) utilizam uma melhoria da capacidade e penalidades condicionais para sondar subproblemas em um procedimento *B&B* aplicado ao PTCF. Assim ele mostra como os relaxamentos de subproblemas podem ser colocados como problemas de minimização côncavos, possibilitando uma redução do tempo computacional e do número de subproblemas que precisam ser avaliados na árvore de enumeração do método *B&B*.

Adlakha; Kowalski (2013) buscam melhorar a compreensão da estrutura do PTCF, demonstrando sua relação com funções polinomiais fracionárias e desenvolvendo aproximações para a função objetivo. A técnica pode ser utilizada para fornecer condições iniciais para o algoritmo *B&B* e assim, acelerar a convergência para uma solução ideal do PTCF.

2.3.4 Pesquisas baseadas em Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético (AG) pode ser aplicado na resolução de diversos problemas da PO tais como planejamento do processo de múltiplos estágios, redes locais, menor caminho - entre outros, e dentre

⁹ Entre os 40 problemas testados, 29 encontraram o ótimo e os demais tiveram a resposta próxima da solução ótima.

eles o PTCF. No artigo de Gen et al. (2001) essas aplicações são detalhadas para cada tipo destes problemas e no que se refere ao PTCF e são citados os trabalhos de Gottlieb; Paulmann (1998) e Gen; Li (1998).

Gottlieb; Paulmann (1998) propuseram um AG com base na representação de permutação para o PTCF com bons resultados para problemas pequenos.

Após o trabalho de Sun et al. (1998) que utiliza a Busca Tabu, Gen; Li (1998) consideram o modelo de árvore geradora adaptando-o para o Algoritmo Genético. Nessa mesma linha, Jo et al. (2005) aplica esse procedimento para PTCF não-linear, incluindo os critérios de viabilidade e o procedimento de reparação para o cromossomo.

Su; Zhan (2006) desenvolvem um novo AG para o PTCF gerado aleatoriamente. Comparado ao AG de Raidl¹⁰, a proposta do método apresentou-se com melhor qualidade de solução e com tempo computacional menor, e essas vantagens aumentam para problemas de dimensões maiores¹¹.

Jo et al. (2007) aplicam o AG com o uso do número de *Prüfer* como cromossomo, detectando que o maior problema na utilização da codificação de *Prüfer* é que nem toda árvore pode ser associada a uma solução factível. Assim, um procedimento de reparo no cromossomo para correção da infactibilidade é proposto. Uma errata é publicada por Xie; Jia (2010) alterando valor da função objetivo e o dimensionamento da matriz.

Ma et al. (2007) propõem uma variação do método, o Algoritmo Genético Imunológico - AGI, baseado na teoria imune da biologia, construindo um operador imune em dois passos: uma vacinação e uma seleção imune. Os resultados mostram que o AGI pode restringir os casos de variáveis degeneradas e melhorar a capacidade de pesquisa quando comparado com o AG tradicional.

Uma melhoria do AG é proposta por Yang; Shao (2008), com problemas gerados aleatoriamente, para dimensões que variam de 10x10 até 50x50. Os autores ressaltam que, com o aumento de tamanho e tipos

¹⁰ Maiores detalhes em Raidl; Julstrom (2003)

¹¹ Em problemas 50x50 a economia chega a 20% com relação ao tempo de processamento.

de PTCF, a qualidade das soluções tem uma tendência descendente e o tempo computacional torna-se cada vez maior.

Hajiaghaei-Keshteli et al. (2010) aplicam o AG baseado na representação da solução básica em árvore e na representação de árvore pelo número de *Prüfer*, chegando a testar 28 problemas em que as soluções ficaram entre 3,75% e 3,95% do ótimo.

Othman et al. (2011) aborda o PTCF utilizando dois AG e dois controladores de lógica *fuzzy*¹², que sintonizam automaticamente os parâmetros dos AG's. Os resultados, comparando o AG convencional com o AG modificado, mostram que o segundo alcança um ótimo local mais rápido do que o primeiro.

Muitos AG não garantem a viabilidade de todos os cromossomos gerados e precisam de um procedimento de reparação de viabilidade. Contrariamente às conclusões dos trabalhos anteriores, Altassan et al. (2014) apresentam um sistema imunológico artificial para resolver o PTCF (balanceado ou não). O uso da árvore de abrangência e o número de *Prüfer* podem resultar em soluções não viáveis e o algoritmo proposto garante a viabilidade de todas as soluções geradas. Além disso, o estudo comparativo desse método com o proposto por El-Sherbiny (2012)¹³ e Hajiaghaei-Keshteli et al. (2010) mostrou superioridade e competitividade, sendo uma alternativa viável para resolver o PTCF.

2.3.5 Pesquisas baseadas em outros métodos

O algoritmo SWIFT contém a abordagem básica utilizada anteriormente por Cooper; Drebes (1967), Denzler (1969)¹⁴ e Steinberg (1970), sendo um extensão e aperfeiçoamento dos três métodos. Walker (1973), utiliza esse algoritmo, aplicado à gestão de resíduos sólidos. Os resultados aplicados ao PTCF e comparados com o algoritmo de Gray (1971) apresentam uma significativa redução do tempo computacional.

¹² Fuzzy Logic Controller - FLC

¹³ Neste artigo o algoritmo imunológico artificial é aplicado para o PTCF com passo (Step Fixed Charge transportation problem)

¹⁴ A pesquisa aqui se refere a problema com custo fixo, não especificamente o PTCF.

Cooper (1975) encontra uma solução aproximada para o PTCF, usando um método heurístico que consiste basicamente em inserir, nesta ordem, um vetor, um par de vetores e um trio de vetores, testando se o problema atingiu um mínimo local. O método proposto é muito rápido comparado com métodos anteriores¹⁵.

Ahrens; Finke (1975) realizam uma perturbação no problema original. O problema perturbado é calculado e após conhecida a sua solução retorna ao problema inicial que é resolvido por arredondamento simples. Contudo, não é mencionado o tempo computacional gasto para a sua resolução.

Robers; Cooper (1976) avaliam o método aproximado de solução de Balinski (1961) para o PTCF, com base em resultados tabulados para um grande número de problemas de teste, mostrando que ficam longe da solução ótima. Os autores propõem então um refinamento para o método, usando uma técnica de ponto extremo adjacente e produzem soluções significativamente mais precisas para o conjunto de teste utilizados por Balinski.

Sandrock (1988) apresenta um algoritmo para pequenos problemas, resolvendo um exemplo didático 3×3 e ainda ressalta que muitos métodos almejam alcançar o ótimo global, mas muitas vezes, em situações reais do cotidiano, respostas próximas do ótimo também são satisfatórias.

Wright; Von Lanzener (1989) propõem um novo algoritmo heurístico para grandes PGCF, baseado em relaxação Lagrangeana e em alocações heurísticas de custos.

Palekar et al. (1990) estudam novas condições de penalidade para o PTCF, mais fortes do que as propostas por Driebeek e Cabot. Realizam testes para problemas de até 40 origens e 40 destinos, obtendo uma redução do tempo computacional.

¹⁵ Testes realizados com problemas 5×10 , 10×20 e 15×30 , os mesmos testados por Cooper; Drebes (1967).

Um novo procedimento heurístico é proposto por Diaby (1991), para resolver uma generalização do PTCF em que há perdas de recursos¹⁶, além dos encargos fixos.

Um problema de classe de planejamento de produção e sequenciamento é formulado por Madan; Gilbert (1992) como uma variação do PTCF. O problema difere da maioria dos PTCF's porque cada custo fixo está associado a um grupo de variáveis, em vez de uma única variável.

2.3.6 Outras heurísticas e métodos exatos

A Busca Tabu (BT) é implementada para o PTCF na pesquisa de Sun et al. (1998), onde uma busca local é realizada (com adaptação ao método MODI), baseado no fato de que uma solução ótima para esse problema está localizada em um ponto extremo do conjunto de restrições. O procedimento BT foi testado e comparado com o algoritmo exato de Palekar et al. (1990) e a heurística de Steinberg (1970) e Steinberg (1977) onde não só encontrou soluções de maior qualidade, mas também ganhou em tempo computacional. As instâncias de problemas geradas por Sun et al. (1998) serviram de base para outros trabalhos.

Adlakha; Kowalski (1999), Adlakha; Kowalski (2003) e Adlakha; Kowalski (2004) realizam uma pesquisa voltada ao PTCF. Primeiramente, adotam um procedimento para obter uma solução *MFL* (*more-for-less*), localizando os pontos absolutos¹⁷ do Problema de Transporte Relaxado (PTR). Em um segundo trabalho, utilizam a relaxação de Balinski e o método de Vogel para pequenos problemas. Posteriormente, estudam um problema particular do PTCF, onde o custo fixo é constituído por cada ponto de alimentação que é utilizado na

¹⁶ Estas perdas podem ser evaporação quando a mercadoria é um líquido ou perda de calor em uma rede de distribuição de energia elétrica ou ainda a deterioração nas redes de distribuição que envolve produtos perecíveis.

¹⁷ Um ponto absoluto, de acordo com os autores, é uma posição (i, j) de uma matriz do PT que deve ser carregado em qualquer solução ótima independentemente dos valores a_i e b_j .

solução, juntamente com o custo variável que é proporcional à quantidade enviada.

O método *Parametric Ghost Image Processes for Fixed-Charge Problems* (GIP) é desenvolvido por Glover et al. (2005) e aplicado para o PTCF conjuntos de dados de Sun et al. (1998). Os autores concluem que a técnica GIP obtém resultados melhores que a BT para quase todos os problemas testados.

Sang-Moon et al. (2005) abordam o algoritmo evolutivo para PTCF e ao comparar o desempenho do método com resultados anteriores conhecidos na literatura, confirmam a superioridade do método proposto.

Kowalski (2005) propõe um método para otimizar o PTCF, com uma nova definição para o problema no intuito de encontrar o mínimo global em problemas com grandes coeficientes de custo fixo.

Losonsky (2006) avaliam a heurística *Dynamic Slope Scaling Procedure* - DSSP e concluem que os resultados encontrados estão muito longe de ser as melhores soluções para custos fixos mais elevados.

Por outro lado, Lawphongpanich (2006) utiliza o DSSP juntamente com a relaxação Lagrangeana, com aproximação por meio de subproblemas.

Adlakha et al. (2007) apresentam uma heurística para encontrar uma solução MFL (*more for less*) utilizando o método de Balinski para encontrar a solução inicial. O método é melhor aplicado ao PTCF do que ao PT e os testes foram comparados com o *software* LINDO, concluindo que é necessário um aprofundamento maior na pesquisa.

Casos onde o PTCF possui apenas uma origem foram estudados por Klose (2008), que ressalta que mesmo assim já se trata de um problema NP-hard. A programação dinâmica e enumeração implícita são utilizadas, além de conceitos do problema da mochila binário.

Aguado (2009) desenvolve duas heurísticas: “CORE-2” que utiliza a relaxação lagrangeana e a resolução do problema central; e “CORE-3”, que continua a heurística utilizada em CORE-2 complementando com o método “*Branch and Cut*”. Apresenta bons resultados quando comparado a problemas da literatura onde a diferença entre o custo

unitário e o custo fixo é pequena. À medida que essa diferença se torna maior, os resultados não são satisfatórios e o autor não aplica os métodos para estes casos.

Adlakha et al. (2010) utilizam a ramificação e cálculo de limites inferiores e superiores, mostrando apenas o resultado para um exemplo acadêmico de 4×3 .

Lev; Kowalski (2011) formulam o PTCF utilizando polinômios, conectando os pontos extremos da sua função objetivo, para alcançar uma solução aproximada. O número de mínimos locais cresce exponencialmente com o grau dos polinômios e com o número de variáveis. Um exemplo didático 3×3 é resolvido.

Um estudo sobre a estrutura de projeção do poliedro do PTCF no espaço das variáveis binárias associadas aos custos fixos foi realizado por Agarwal; Aneja (2012). A partir desse estudo foram desenvolvidos procedimentos heurísticos para a resolução do PTCF.

A fim de encontrar uma solução viável para o PTCF, Pintea et al. (2012) utilizam algumas variantes do algoritmo do vizinho mais próximo e concluem que mais investigações são necessárias, a fim de utilizar dados maiores, hibridações e outros procedimentos de busca local.

Lotfi; Tavakkoli-Moghaddam (2013) adapta a estrutura apresentada por Gen et al. (2006), utilizando o número de *Prüfer* para representar o cromossomo no AG e também desenvolver novos operadores. Testes computacionais são realizados para problemas de tamanhos 4×5 a 30×50 . Comparado com outros AG, encontram melhores resultados, em termos de qualidade da solução e tempo, especialmente para os problemas de médio e grande porte.

El-Sherbiny; Alhamali (2013) desenvolvem o método híbrido denominado HPSIL, que utiliza Nuvem de Partículas (NP) e Algoritmo Imunológico Artificial (AIA)¹⁸, onde uma estrutura de partículas flexível combinada às modalidades de decodificação e de alocação são utilizados em vez do número *Prüfer*. Uma árvore geradora é usada com AG, garantindo encontrar uma solução viável para cada partícula gerada.

¹⁸ O algoritmo explora as características do sistema imunológico de aprendizagem e memória para resolver um determinado problema.

Além disso, a estrutura do cromossomo (partícula) combinada com o processo de decodificação, pode ser utilizada com quaisquer técnicas de meta-heurísticas, tais como a BT, AG, Colônia de formigas e AIA, entre outras. A comparação entre o algoritmo HPSIL¹⁹ com o AG apresentadas por Othman et al. (2011) e Hajiaghaei-Keshteli et al. (2010), e o LINGO, mostra que o algoritmo HPSIL fornece uma solução igual ou melhor. Portanto é altamente competitivo e pode ser considerado como uma alternativa viável para resolver PTCF.

Safi; Razmjoo (2013) formulam o PTCF em condições de incerteza, especialmente quando os parâmetros são dados em formas de intervalo²⁰ e exemplos numéricos de tamanho 3×4 são apresentados para mostrar o procedimento.

No método tradicional de resolução do PTCF, para balancear a oferta e a demanda, uma coluna fictícia é introduzida, com custo zero, quando necessário. Acharya et al. (2013) propõem o uso do custo máximo em cada linha para a respectiva posição na coluna fictícia. Um estudo comparativo entre o método existente e o método modificado mostra que o último é muito mais eficaz²¹.

Loch; Silva (2014) testam um algoritmo heurístico para o PTCF, comparando a qualidade da solução e tempo computacional com o *solver* CPLEX. Os testes incluem problemas de diferentes tamanhos (5×5 até 25×25) e diferentes intervalos de custos fixos. Os resultados mostram que as boas performances para pequenos problemas não garantem necessariamente boas soluções para problemas maiores. Portanto, quando uma heurística é proposta para o PTCF são necessários experimentos computacionais em grandes problemas e não apenas sobre os pequenos.

Adlakha et al. (2014) programam um algoritmo simples de ramificação para a obtenção da solução global de um PTCF em pequena escala. O método proposto²² decompõe o PTCF resolvendo-o em séries

¹⁹ Os problemas testados são de tamanho: 4×5 e 5×10 .

²⁰ Neste caso assume-se que os parâmetros de custo e de restrição são números dados em intervalo.

²¹ No artigo o método é resolvido com um exemplo acadêmico de dimensão 3×4 .

²² No artigo o método é resolvido com um exemplo acadêmico de dimensão 3×3 .

de subproblemas menores, o que é novo e pode ser útil para outros pesquisadores resolverem qualquer tamanho do problema. O algoritmo tem duas novidades, sendo que a primeira diz respeito à ramificação, que pode começar a partir dos locais ‘com carga excessiva’, de forma que a convergência pode ser acelerada. A segunda novidade implica que, se uma das exigências ou suprimentos é igual à carga mínima, então podemos subtrair o elemento mínimo de determinada linha ou coluna, ou quebrar o problema em uma série de problemas reduzidos.

Adlakha; Kowalski (2014) utilizam um método de limite inferior quadrático para a solução global de um PTCF. Os procedimentos desenvolvidos no papel podem ser estendidos para PGCF e podem ser incorporados em qualquer método *B&B* ou de aproximação, com o intuito de acelerar a convergência para a solução ótima. Demonstram a eficácia do método para PTCF degenerados e sugerem formas de melhorar o limite para grandes PTCF não degenerados.

Um algoritmo simples para a obtenção da solução global para um PTCF de pequena escala é apresentado por Kowalski et al. (2014). O método proposto decompõe o problema numa série de pequenos subproblemas e sugere a sua aplicação para problemas maiores.

Roberti et al. (2014) descrevem a formulação de um novo algoritmo exato para o PTCF baseado no *branch-and-price*, mostrando que o relaxamento linear dessa formulação é mais justo do que a da formulação padrão de programação inteira mista. Diferentes classes de desigualdades válidas para a nova formulação e um método de geração de colunas para calcular um limite inferior válido são incorporados nesse algoritmo exato. Os resultados computacionais²³ em problemas de teste da literatura mostram que o novo algoritmo supera, na determinação da função objetivo, tanto o método exato proposto por Agarwal; Aneja (2012), como a última versão do software CPLEX, em instâncias geradas com dimensões até 70x70.

Buson et al. (2014) propõe uma heurística de busca local iterativa baseada na utilização de custos reduzidos para guiar a fase de reinício.

²³ O algoritmo resolve problemas de dimensão até 70x70.

Os custos reduzidos são obtidos aplicando um procedimento de delimitação inferior que calcula uma sequência de limites inferiores não decrescentes resolvendo uma formulação matemática adaptada ao PTCF. O método proposto foi testado em dois conjuntos de instâncias da literatura. O primeiro é o proposto por Sun 1998, cujos testes mostram que esta heurística foi capaz de fornecer novos limites melhores que os conhecidos. O segundo conjunto, gerado por Roberti (2014), mostra que obteve melhores limites superiores dentro de tempos computacionais curtos.

Angulo; Van Vyve (2015) afirmam, que o PTCF sob árvores pode ser resolvido em tempo *pseudopolinomial* usando programação dinâmica, a partir de formulações prolongadas do tipo *single-node* (nó único). Os resultados computacionais para problemas até 40x40 são vantajosos quando comparados à formulação padrão do PTCF.

Cabe ressaltar que no ano de 2016 até o início de 2017, não foram encontrados artigos referentes especificamente ao PTCF e sim envolvendo as variações desse problema. O próximo capítulo apresentará os testes realizados com o PTCF e as análises iniciais que justificam o trabalho dessa pesquisa

3 METODOLOGIA

Este capítulo divide-se em duas partes: a primeira que descreve os métodos e os problemas da literatura que foram utilizados e a segunda que detalha as heurísticas desenvolvidas para resolver o PTCF.

3.1 Descrição dos métodos existentes e problemas da literatura utilizados

Os métodos a seguir são baseados nos trabalhos de Balinski (1961), Silva (2012), Loch (2014), Kowalski et al. (2014) e os problemas da literatura adotados, que foram criados por Sun et al. (1998).

3.1.1 Método de Balinski

O trabalho de Balinski resume-se em relaxar o PTCF e o resolvê-lo como um PT. Essa relaxação na função objetivo envolve o valor do custo unitário de transporte c_{ij} , o custo fixo f_{ij} e o menor valor entre a oferta (a_i) e a demanda (b_j), tal que $M_{ij} = \min\{a_i; b_j\}$. Esses valores estão apresentados na TABELA 1 (c_{ij} no canto inferior direito e f_{ij} no canto superior à esquerda de cada célula), para um exemplo didático com 5 origens i e 5 destinos j .

Balinski assume que $x_{ij} = M_{ij}y_{ij}$ e isolando y_{ij} nessa equação e substituindo na equação da função objetivo resulta em $x_{ij} \left(c_{ij} + \frac{f_{ij}}{M_{ij}} \right)$. Uma nova matriz é então gerada e denominada Matriz de Balinski (MB).

TABELA 1 - VALORES DOS CUSTOS UNITÁRIO E FIXO, OFERTAS E DEMANDAS, ASSOCIADO A LIGAÇÃO DE CADA ORIGEM A UM DESTINO.

$i \times j$	1	2	3	4	5	Oferta
1	37 181	39 155	14 155	45 144	48 127	155
2	26 163	26 198	6 186	49 167	19 181	205
3	49 103	36 152	47 168	29 108	13 145	155
4	49 164	39 103	22 134	48 150	37 111	153
5	45 179	20 145	11 122	23 171	32 148	146
Demanda	178	168	152	174	142	814

FONTE: A Autora (2017)

Por exemplo, o valor na MB (mb_{ij}) para a ligação entre a origem 1 e o destino 1 é calculado da seguinte forma:

$$mb_{11} = c_{11} + \frac{f_{11}}{M_{11}}$$

$$mb_{11} = 37 + \frac{181}{\text{Min}(155; 179)}$$

$$mb_{11} = 37 + \frac{181}{155}$$

$$mb_{11} = 38,168$$
(10)

O cálculo para as outras ligações pode ser obtido de modo análogo e o resultado da MB é apresentado na TABELA 2:

TABELA 2 – VALORES DA MATRIZ DE BALINSKI.

mxn	1	2	3	4	5
1	38,168	40,000	15,020	45,929	48,894
2	26,916	27,179	7,224	49,960	20,275
3	49,665	36,981	48,105	29,697	14,021
4	50,072	39,673	22,882	48,980	37,782
5	46,226	20,993	11,836	24,171	33,042

FONTE: A Autora (2017)

A MB é utilizada para resolver o PT e como consequência, obter uma solução aproximada para o PTCF.

3.1.2 Silva e Loch

O trabalho de Silva (2012) trata de PT do tipo Esparso²⁴ e a abordagem utilizada em sua pesquisa, que representa a solução de um PT em árvore, mostra que nessa estrutura, comparada ao quadro, é mais fácil identificar o ciclo ao inserir uma nova variável na base.

Na estrutura em árvore, as origens i são representadas por círculos e os destinos j , por quadrados. Sendo assim, a representação para o PT e PTCF seria como mostra a FIGURA 4 e FIGURA 5, respectivamente.

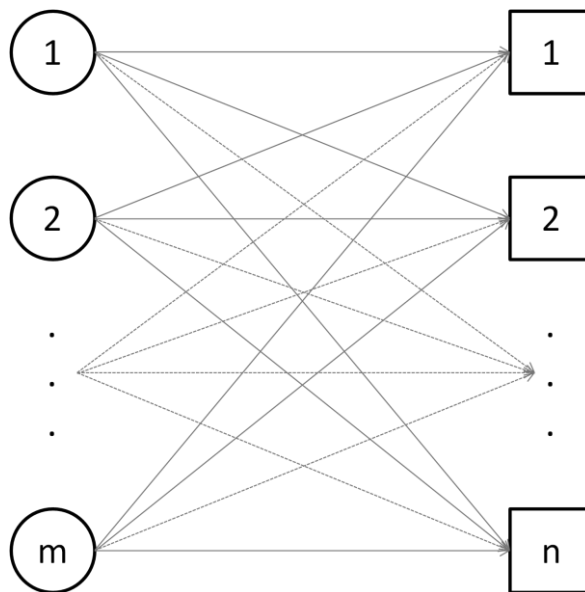


FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DO TRANSPORTE EM GRAFO

FONTE: Loch (2014)

²⁴ Um modelo do problema de transporte pode ser denso ou esparso. No caso de ser denso, possui todos os custos entre origens e destinos conhecidos e limitados, ou seja, cada origem m está conectada a um destino n . No caso esparso, algumas ou todas as origens se conectam a um número menor de destinos.

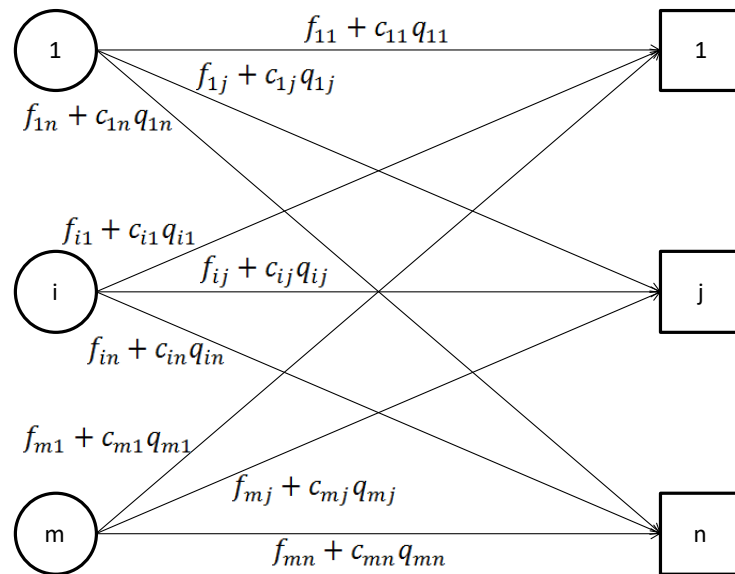


FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO EM REDE PARA O PROBLEMA DE TRANSPORTE COM CUSTO FIXO.

FONTE: Loch (2014)

Para mostrar a visualização de um ciclo²⁵ em um quadro, um exemplo proposto por Silva (2012) é adotado, como mostra a FIGURA 6, em que já apresenta uma Solução Básica Factível (SBF) para um PT de dimensão 7x8, onde as variáveis marcadas no quadro com “x” são básicas.

Supondo que a variável x_{67} é candidata a entrar na base (no quadro da FIGURA 6 está indicada com o símbolo θ), faz-se necessário identificar o ciclo (em vermelho) para determinar qual variável deixará a base²⁶. O ciclo tem início com a variável x_{67} e percorre o caminho dos arcos associados às variáveis $x_{67}, x_{27}, x_{22}, x_{12}, x_{15}, x_{55}, x_{53}, x_{33}, x_{36}, x_{66}$ até retornar novamente em x_{67} .

Por outro lado, nesse mesmo exemplo quando aplicado a uma estrutura de árvore, o ciclo pode ser visualizado conforme mostra a FIGURA 7, onde, ao inserir a variável x_{67} na base (arco tracejado) o caminho a ser percorrido é facilmente identificado, restando apenas definir a variável que deixará de ser básica.

²⁵ Um ciclo em um grafo é um caminho de algum nó para ele mesmo, tal que nenhum arco aparece mais de uma vez (SILVA, 2012).

²⁶ Para determinar qual variável irá sair da base, é necessário utilizar um método que faz acréscimos e decréscimos nos valores das variáveis do ciclo, conhecido como θ – loop. A descrição do método para o PT pode ser vista em Loch (2014) – página 60.

	1	2	3	4	5	6	7	8	Oferta
1		x		x	x				
2		x					x		
3			x			x			
4					x				
5	x		x		x				
6						x	θ		
7				x				x	
Demanda									

FIGURA 6 – EXEMPLO DE CICLO AO INSERIR UMA NOVA VARIÁVEL NA BASE UTILIZANDO O
FONTE: SILVA (2012)

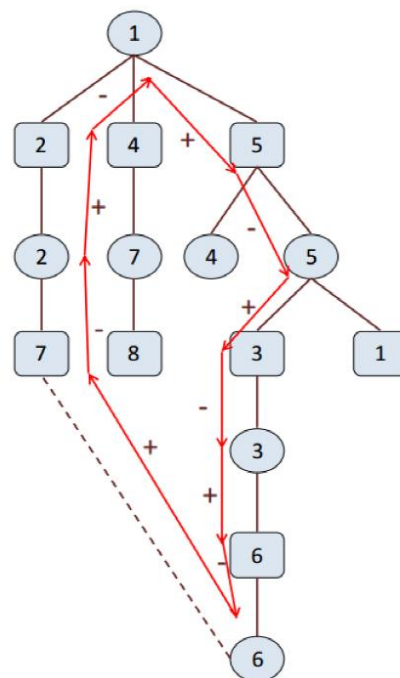


FIGURA 7 – EXEMPLO DE CICLO AO INSERIR UMA NOVA VARIÁVEL NA BASE USANDO A
ESTRUTURA EM ÁRVORE.

FONTE: SILVA (2012)

Sendo assim, nota-se que a identificação de um ciclo é facilmente visualizada através da estrutura em árvore ao invés do quadro.

O trabalho de Loch (2014) foi motivado inicialmente ao estudar o PTCF que possui a mesma estrutura de mudança de base que o PT, sendo que os processos para resolução de um PT são executados muito mais vezes no PTCF. Devido a isso o PT merecia primeiramente uma

ênfase maior, deixando de lado, como sugestão para trabalhos futuros o PTCF.

No método MODI²⁷, os cálculos de alguns dos novos valores de custos atualizados permanecem inalterados de uma iteração para a outra. Observando esse fato na estrutura de árvore, o novo método de Loch (2014) para recálculo dos custos atualizados trouxe uma nova abordagem: não era preciso recalcular todos os custos.

O resultado da tese de Loch pode ser resumido pela expressão²⁸ 11, onde existe a garantia de que a quantidade de custos atualizados a serem calculados é menor do que a forma que o Método MODI apresenta, uma vez que, a cada iteração, ele calcula apenas os custos necessários, enquanto no segundo, todos são calculados.

$$\bar{c}'_{ij} = \begin{cases} \bar{c}_{ij}, & \text{se } i, j \notin \mathcal{H} \text{ ou } i, j \in \mathcal{H} \\ \bar{c}_{ij} + \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \notin \mathcal{H} \text{ e } j \in \mathcal{H}, r_s \in A(p) \\ \bar{c}_{ij} + \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \in \mathcal{H}, j \notin \mathcal{H}, t_s \in A(q) \\ \bar{c}_{ij} - \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \notin \mathcal{H} \text{ e } j \in \mathcal{H}, t_s \in A(q) \\ \bar{c}_{ij} - \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \in \mathcal{H}, j \notin \mathcal{H}, r_s \in A(p) \end{cases} \quad (11)$$

Onde temos:

- T = árvore da solução factível do PT.
- \mathcal{H} = subárvore de T que deixa de ser enraizada quando houver o desligamento do arco que representa a variável $x_{rs,ts}$, que deixará de ser básica.
- i = origem
- j = destino
- p = origem da variável que irá entrar na base.
- q = destino da variável que irá entrar na base.
- r_s = origem da variável que irá sair da base.
- t_s = destino da variável que irá sair da base.

²⁷ Baseado em Loch (2014), nesse método, as variáveis duais são utilizadas para calcular o custo atualizado de cada variável não-básica, escolhendo-se a de custo atualizado mais negativo para entrar na base e, apenas para essa variável, identifica-se o θ – *loop*.

²⁸ Loch (2014) demonstra e prova cada caso dessa expressão.

- \bar{c}'_{ij} = custos atualizados a serem calculados para a próxima iteração.
- \bar{c}_{ij} = custos atualizados da iteração atual.
- \bar{c}_{pq} = valor a ser adicionado ou subtraído com a entrada da variável $x_{p,q}$
- $A(p)$ = ancestrais²⁹ de p
- $A(q)$ = ancestrais de q

No Apêndice 2, um exemplo numérico é utilizado para ilustrar o método desenvolvido por Loch.

Outra contribuição do trabalho de Loch (2014) refere-se a uma proposta de Melhoria da Solução (MSL) no processo de resolução do PTCF onde a ideia é armazenar um conjunto de informações para cada variável não básica (vnb), analisando as alterações provocadas caso venha a entrar na base no próximo pivoteamento. Essas informações são:

- (r_s, t_s) = o arco que sai da base
- \bar{c}_{ij} = o custo atualizado
- θ_{ij} = o valor que a variável x_{ij} assume caso torne-se básica
- A_{ij} = o aumento no custo fixo
- R_{ij} = redução no custo fixo
- Δ_{ij} = variação total no valor da função objetivo caso a variável entre na base.

Cada célula associada a uma variável não básica armazena esse conjunto de seis informações. O processo de melhoria ocorre enquanto existir $\Delta_{ij} < 0$, ou seja, enquanto a solução ainda não é um minimizados local. O fluxograma apresentado na FIGURA 8 mostra como funciona essa dinâmica para o MSL.

²⁹ Define-se por ancestral o caminho percorrido entre os arcos, a partir de uma origem ou destino (p ou q) até chegar a raiz da árvore de solução do PT.

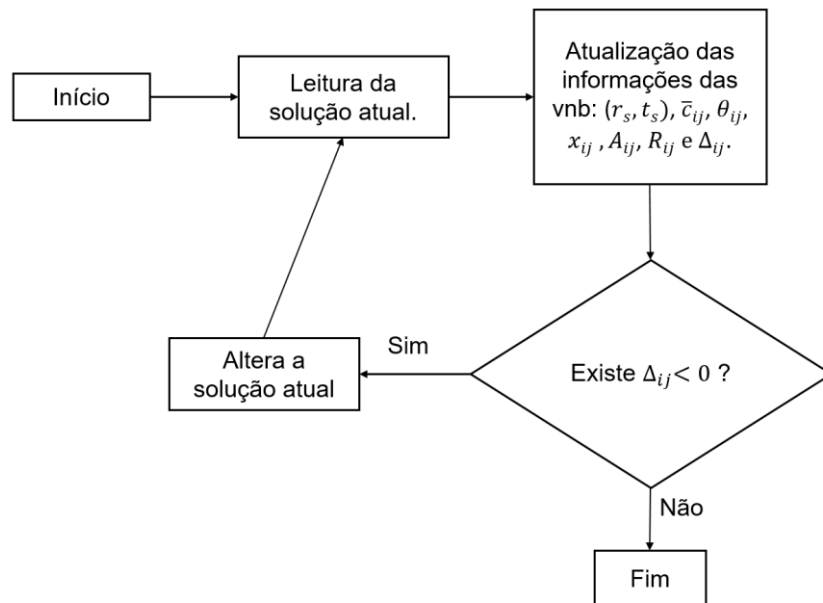


FIGURA 8 – FLUXOGRAMA PARA MSL
 FONTE: A Autora (2017)

3.1.3 Método de Kowalski

O método heurístico de Kowalski et al. (2014) é definido como simples e rápido para PTCF de pequenas dimensões. Os autores sugerem que ele pode ser aplicado para grandes problemas.

Para exemplificar o método, será utilizado o problema numérico mostrado em sua pesquisa. A TABELA 3 contém os valores de custos fixo e unitários (o primeiro no canto inferior direito e o segundo no canto superior à esquerda de cada célula), ofertas e demandas para esse problema.

TABELA 3 – VALORES DO PROBLEMA ORIGINAL

<i>mxn</i>	1	2	3	Oferta
1	<div>120</div>	<div>210</div>	<div>310</div>	15
2	<div>120</div>	<div>220</div>	<div>120</div>	30
3	<div>310</div>	<div>120</div>	<div>210</div>	15
Demanda	20	20	20	60

FONTE: Kowalski et al. (2014)

O primeiro passo é encontrar o menor valor de custo fixo da tabela e subtraí-lo de todos os valores de custo fixo. Para esse exemplo o menor valor é 10. Realizando a subtração, temos os valores da TABELA 4.

TABELA 4 – VALORES ATUALIZADOS APÓS O PRIMEIRO PASSO

<i>mxn</i>	1	2	3	Oferta
1	<div>1</div> 10	<div>2</div> 0	<div>3</div> 0	15
2	<div>1</div> 10	<div>2</div> 10	<div>1</div> 10	30
3	<div>3</div> 0	<div>1</div> 10	<div>2</div> 0	15
Demanda	20	20	20	60

FONTE: Kowalski et al. (2014)

Na sequência é necessário encontrar um local para ramificar. O critério utilizado é definir uma posição que permita eliminar a maior quantidade de custos fixos possíveis, como está destacado na TABELA 5.

TABELA 5 – RAMIFICAÇÃO DO MÉTODO DE KOWALSKI

<i>mxn</i>	1	2	3	Oferta
1	<div>1</div> 10	<div>2</div> 0	<div>3</div> 0	15
2	<div>1</div> 10	<div>2</div> 10	<div>1</div> 10	30
3	<div>3</div> 0	<div>1</div> 10	<div>2</div> 0	15
Demanda	20	20	20	60

FONTE: Kowalski et al. (2014)

Para esse exemplo, a melhor opção será remover um local na segunda fila. A posição escolhida para ramificar será (2,1) e nenhum transporte será feito nesse local, além de zerar os custos fixos da linha e coluna correspondentes, como mostra a TABELA 6.

TABELA 6 – ATUALIZAÇÃO DOS VALORES APÓS O SEGUNDO PASSO.

<i>mxn</i>	1	2	3	Oferta
1	1 0	2 0	3 0	15
2	1 X	2 0	1 0	30
3	3 0	1 10	2 0	15
Demanda	20	20	20	60

FONTE: Kowalski et al. (2014)

Baseado nos valores obtidos na TABELA 6, a MB é calculada e seus valores apresentados na TABELA 7.

TABELA 7 – MATRIZ DE BALINSKI

<i>mxn</i>	1	2	3
1	1	2	3
2	X	2	1
3	3	1,66	2

FONTE: Kowalski et al. (2014)

A solução ótima do PT para a matriz apresentada na TABELA 7 está descrita na TABELA 8. Essa mesma solução aplicada ao PTCF original tem valor da função objetivo igual a 170.

TABELA 8 – SOLUÇÃO FACTÍVEL

<i>mxn</i>	1	2	3
1	15	0	0
2	0	10	20
3	5	10	0

FONTE: Kowalski et al. (2014)

Depois, os valores da TABELA 4 voltam a ser adotados, mas na posição (2,1), que antes havia sido bloqueada, agora passa a ter o valor zero para o custo fixo – TABELA 9.

TABELA 9 – VALORES ATUALIZADOS APÓS O PRIMEIRO PASSO

<i>mxn</i>	1	2	3	Oferta
1	<div>1</div> 10	<div>2</div> 0	<div>3</div> 0	15
2	<div>1</div> 0	<div>2</div> 10	<div>1</div> 10	30
3	<div>3</div> 0	<div>1</div> 10	<div>2</div> 0	15
Demanda	20	20	20	60

FONTE: Kowalski et al. (2014)

A MB é então calculada para os valores da TABELA 9 e apresentada na TABELA 10.

TABELA 10 – MATRIZ DE BALINSKI

<i>mxn</i>	1	2	3
1	1,66	2	3
2	1	2,5	1,5
3	3	1,66	2

FONTE: Kowalski et al. (2014)

Uma nova solução do PT é gerada, com variáveis básicas mostradas na TABELA 11, que geram um valor para a função objetivo do PTCF original igual a 155, menor que o obtido anteriormente³⁰.

TABELA 11 – SOLUÇÃO FACTÍVEL

<i>mxn</i>	1	2	3
1	10	5	0
2	10	0	20
3	0	15	0

FONTE: Kowalski et al. (2014)

Em seu trabalho Kowalski et al. (2014) apresentam um experimento computacional para uma solução com variáveis degeneradas. Porém, na implementação computacional dessa pesquisa

³⁰ O problema deste artigo foi resolvido no Cplex e esta é a solução ótima.

ao usar o Método de Loch, para resolver o PTCF relaxado, o cuidado para tratar uma solução degenerada já é realizado. Sendo assim essa proposta de Kowalski para uma solução degenerada não foi adotada no presente trabalho.

3.1.4 Problemas da literatura

No início dessa pesquisa foi gerado um conjunto de testes para analisar o comportamento do tempo computacional para resolver o PTCF, com intervalos de variação para a Oferta, Demanda, Custo Unitário e Custo Fixo, definindo 8 tipos de problemas [1,8], conforme apresentado no QUADRO 2. Cada tipo de problema foi associado a uma variação do tamanho das dimensões, que são relativas à quantidade de origens e destinos, variando de 5×5 , 10×10 , 15×15 , 20×20 , 25×25 , 50×50 até 100×100 .

Tipo	Oferta	Demanda	Custo Unitário	Custo fixo
1	[20,100]	[20,100]	[10,20]	[20,100]
2	[20,100]	[20,100]	[10,20]	[200,1000]
3	[20,100]	[20,100]	[20,100]	[20,100]
4	[20,100]	[20,100]	[20,100]	[200,1000]
5	[200,1000]	[200,1000]	[10,20]	[20,100]
6	[200,1000]	[200,1000]	[10,20]	[200,1000]
7	[200,1000]	[200,1000]	[20,100]	[20,100]
8	[200,1000]	[200,1000]	[20,100]	[200,1000]

QUADRO 2 – CLASSIFICAÇÃO DOS TIPOS DE PROBLEMAS GERADOS NO CASO DO PTCF
FONTE: OLIVEIRA et al. (2015)

Esses problemas do QUADRO 2 foram utilizados em um trabalho desenvolvido pela Autora, no intuito de comparar e analisar o desempenho entre os solvers CPLEX³¹ e GUROBI³². Dessa forma,

³¹ CPLEX - IBM (2012) – versão 12.4.0.0

³² Gurobi Optimization Inc. (2012) – versão 6.0.2

OLIVEIRA et al. (2015), concluiu que o GUROBI tem um desempenho melhor na obtenção de uma resposta ótima (sem limite de tempo computacional) ou próxima do ótimo (com limite de tempo computacional, fixado em 120 segundos).

Posteriormente, a base gerada por Sun et al. (1998) e testada por outros pesquisadores como Glover et al. (2005), Aguado (2009) e Buson et al. (2014) foi adotada. O enfoque dessa pesquisa será essa base de dados, que aqui será denominada “BaseSun”.

A BaseSun está subdividida em uma classe de problemas fáceis e outra de problemas difíceis. Os problemas fáceis contemplam doze instâncias de dimensões variadas (10x10, 15x15, 10x20, 10x30, 50x50, 30x100) em que as demanda totais são de (10.000, 15.000, 15.000, 15.000, 50.000, 30.000), respectivamente. Os problemas difíceis, incluem oito tipos de problemas, denominados de A a H. Para cada tipo temos 15 problemas com dimensões 50 x 100 e demanda total de 50.000 para cada uma delas. Os custos unitários de transporte são valores inteiros no intervalo [3,8]. As diferenças entre os tipos de problemas estão na variação de valores do custo fixo, conforme apresentado no QUADRO 3.

<i>Tipo</i>	<i>Variação do Custo Fixo</i>	
	<i>Limite inferior</i>	<i>Limite superior</i>
A	50	200
B	100	400
C	200	800
D	400	1600
E	800	3200
F	1600	6400
G	3200	12800
H	6400	25600

QUADRO 3 – VARIAÇÃO DO CUSTO FIXO NOS TIPOS DE PROBLEMAS DA BASE DE DADOS DA LITERATURA
FONTE: OLIVEIRA et al. (2016)

De maneira análoga, os problemas da BaseSun foram utilizados em um outro trabalho também desenvolvido pela Autora. Sendo assim,

OLIVEIRA et al. (2016) realizaram testes computacionais para comparar o desempenho dos *solvers* GUROBI³³ e CPLEX³⁴ para essa base de dados da literatura, constatando novamente que o GUROBI apresentou um desempenho superior para obtenção de uma melhor resposta da função objetivo, em um tempo pré-fixado de 120 segundos.

Buson et al. (2014) alertam que existe um erro tipográfico³⁵ em uma das tabelas de Glover et al. (2005) em um problema do TIPO C, mais especificamente o N320-A, onde o valor da função objetivo correto é 200,643 e não 197,924. Sendo assim, esse valor foi corrigido nessa pesquisa.

Outro detalhe percebido é a duplicidade de três problemas da BaseSun, alocados no Tipo F (N350C e N350D), Tipo G (N360C e N360D) e Tipo H (N370C, N370D). Os problemas especificados entre parênteses, após cada tipo mencionado, são iguais. Mesmo assim, foi mantida essa duplicidade na pesquisa para não alterar as comparações entre os métodos.

3.2 Descrição dos métodos desenvolvidos

Esta seção tem por finalidade descrever os métodos desenvolvidos no processo de construção de um novo procedimento heurístico, aplicado ao PTCF.

Ao longo da trajetória histórica do PTCF Sun et al. (1998) aplicaram a BT e Glover et al. (2005) utilizaram a técnica GIP para os problemas da literatura. Comparados com o *solver* Cplex³⁶, ambos os autores encontraram resultados satisfatórios (com pequenas diferenças entre a solução encontrada e o limitante inferior) para esses problemas.

³³ Gurobi Optimization Inc. (2012) - Versão 6.0.2

³⁴ CPLEX - IBM (2012) - Versão 12.4.0.0

³⁵ Este erro foi confirmado por Glover em 2013 através de e-mail para os autores do artigo de Buson.

³⁶ Os resultados do *solver* CPLEX foram obtidos em uma máquina DELL, 1 GHz com 256k de memória rodando no sistema operacional Windons 2000 - Aguado (2009).

Aguado (2009) também realizou testes em parte da BaseSun utilizando as heurísticas CORE-2 e CORE-3. Nos problemas do tipo A e B foi aplicado CORE-2 e CORE-3 e nos do tipo C e D apenas CORE-2. A justificativa dada para restringir os testes foi a de que o método é adequado apenas para problemas com uma razão entre o custo unitário e o custo fixo que não seja excessivamente alta, no caso os do tipo A até D. Aplicada aos outros tipos de E até H, os parâmetros da heurística CORE-2 necessitavam ser examinados, pois mostraram-se ineficientes. Além disso, a enumeração em CORE-3 atingiu pouca melhoria.

De acordo com o objetivo geral dessa pesquisa, buscou-se desenvolver um método heurístico para resolver o PTCF aplicado aos problemas da BaseSun. A medida em que o método era implementado, o mesmo foi sofrendo alterações e a cada mudança uma melhoria na obtenção do valor da função objetivo foi observada. Essas alterações deram origem às heurísticas HEUR-1, HEUR-2, KOWOLI e HEUR-3 que serão apresentadas na sequência. Os resultados computacionais encontrados para cada uma, aplicados a BaseSun, serão informados no próximo capítulo.

É necessário mencionar previamente que, em todos os métodos implementados nesta tese, o teste para o armazenamento de uma solução encontrada para o PTCF, denominado “TesteSol”, realiza uma otimização no modo de procura, ao verificar se a solução atual já é conhecida. Todas as soluções obtidas são armazenadas em grupos distintos cuja característica é ter o mesmo valor da função objetivo (FO). Ao invés de procurar todas as soluções em uma única lista, primeiramente o valor da FO é localizado nos grupos. Se o valor da FO não existe, a solução é nova e será armazenada, criando neste caso, um novo grupo para esse valor e guardando a solução. Agora, se o valor da FO já existe em um grupo, a procura pela solução que gerou esta resposta é feita apenas neste local específico, para verificar se é conhecida ou não. Se for, a solução é descartada, caso contrário é armazenada. O fluxograma da FIGURA 9 detalha este procedimento.

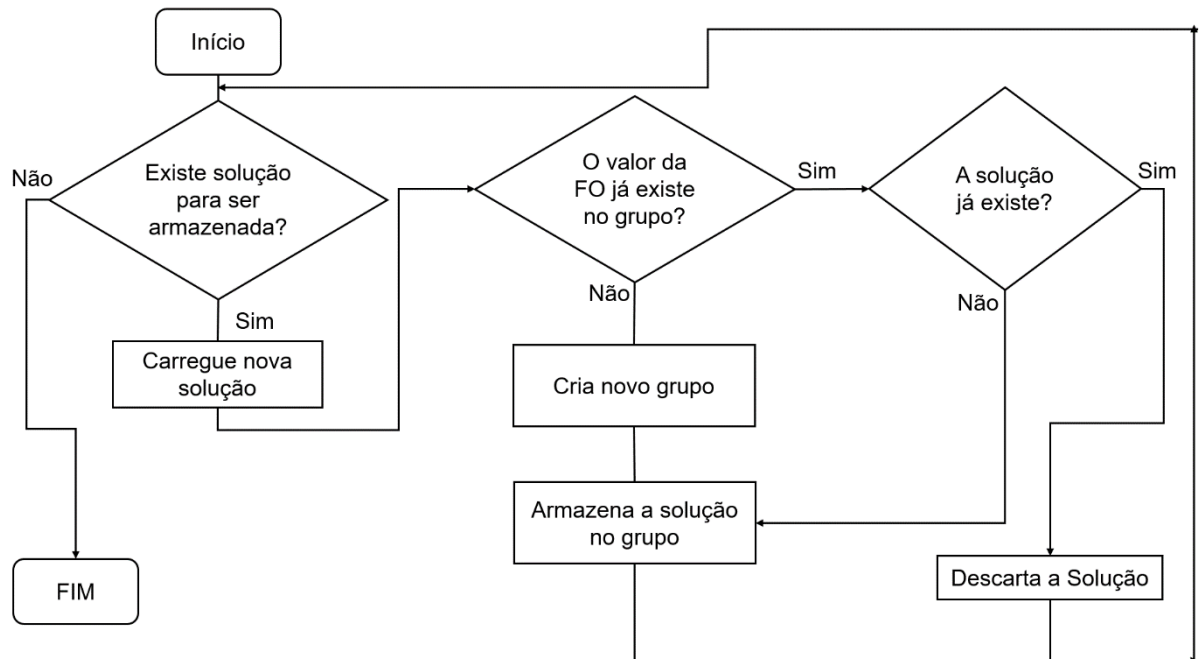


FIGURA 9 – FLUXOGRAMA PARA TESTESOL
 FONTE: A Autora (2017)

3.2.1 HEUR - 1

Tendo como ponto de partida os métodos desenvolvidos por Balinski e a proposta para o PTCF feita por Loch, uma primeira heurística foi desenvolvida – HEUR-1. Para isso, foram realizadas perturbações randômicas utilizando como solução inicial o método do Custo Mínimo (CM) adaptado ao Método de Balinski (CMBAL). Durante um tempo pré-fixado de 120 segundos, o MSL foi utilizado e valores aleatórios eram gerados para forçar uma variável a entrar na base, a cada solução nova, aqui denominado Perturbação Randômica (PR). Dessa forma, as respostas para a função objetivo passavam pelo TesteSol. O QUADRO 4 apresenta o pseudocódigo para o método HEUR-1.

```

Início HEUR-1
    Obter solução básica inicial - CMBAL
    Enquanto tempo < 120s
        MSL (Resolução do PT)
        PR
        TesteSol
    Fim enquanto
Fim HEUR-1

```

QUADRO 4 – PSEUDOCÓDIGO PARA O MÉTODO DE PERTURBAÇÃO RANDÔMICA
 FONTE: A Autora (2017)

3.2.2 HEUR - 2

A heurística– HEUR-2, foi alterada retirando-se a PR e provocando uma pequena alteração no método de Balinski. Essa mudança gerou uma melhoria no valor da função objetivo para os problemas de dimensões menores da BaseSun, mas por outro lado, o resultado foi pior para problemas de maiores dimensões.

A alteração no método de Balinski é pequena, consiste em agregar ao valor do custo unitário de transporte (c_{ij}) a quantidade de vezes em que a variável x_{ij} foi básica (aqui denominada q_vb_{ij}), de modo que essa alteração possa penalizar as variáveis básicas, forçando a entrada de outras que ainda não estiveram na base. Sendo assim a expressão (9) é modificada resultando em (12):

$$\min z(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \left(c_{ij} + q_vb_{ij} + \frac{f_{ij}}{M_{ij}} \right) \quad (12)$$

O QUADRO 5 apresenta o pseudocódigo para HEUR-2.


```

Início HEUR-2
    Obter solução básica inicial por CMBAL
    Enquanto tempo < 120s
        Método Balinski Modificado
        MSL (Resolução do PT)
        TesteSol
    Fim enquanto
Fim HEUR-2

```

QUADRO 5 – PSEUDOCÓDIGO PARA HEURÍSTICA COM ALTERAÇÃO NO MÉTODO DE BALINSKI
 FONTE: A Autora (2017)

3.2.3 KOWA

O Método de Kowalski, apresentado na subseção 3.1.3 e aqui denominado KOWA, foi implementado para realizar testes com a BaseSun, já que em seu artigo o autor apresenta apenas a aplicação para um problema didático. Os passos desse método são apresentados resumidamente no QUADRO 6.

```

Início KOWA
    o Leitura dos custos variáveis e fixos
    o Subtrair Mín ( $f_{ij}$ ) de todos os  $f_{ij}$ 
    o Ramificação com bloqueio da interseção
    o Cálculo da MB
    o Resolução do PT
    o Aproximação para o PTCF
    o Valores originais devolvidos na ramificação
      com interseção = 0
    o Resolução do PT
    o Aproximação para o PTCF
Fim KOWA

```

QUADRO 6 – PSEUDOCÓDIGO PARA O MÉTODO KOWA
 FONTE: A Autora (2017)

3.2.4 KOWOLI

No desenvolvimento do método original de Kowalski et al. (2014), algumas mudanças na implementação foram realizadas ao longo dessa pesquisa, e esta variação de KOWA foi denominada KOWOLI.

As alterações são pequenas sendo elas:

- Encontrar o menor valor de custo fixo na linha i e **subtrair de todos** os custos fixos **na respectiva linha**.
- Ao desbloquear a interseção no processo de ramificação, atribui-se o **valor muito alto** ao custo fixo nesse ponto.

O pseudocódigo do QUADRO 7 apresenta o método KOWOLI com destaque para o que foi alterado, com relação ao método original KOWA.

```

Início KOWOLI
    o Leitura dos custos variáveis e fixos
    o Encontrar o Mín ( $f_{ij}$ ) na linha  $i$  e subtrair este valor de todos os  $f_{ij}$  na linha  $i$ .
    o Ramificação com bloqueio da interseção
    o Cálculo da MB
    o Resolução do PT
    o Aproximação para o PTCF
    o Valores originais devolvidos na ramificação com interseção =  $\infty$ 
    o Resolução do PT
    o Aproximação para o PTCF
Fim KOWOLI
  
```

QUADRO 7 – PSEUDOCÓDIGO PARA HEURÍSTICA KOWOLI
FONTE: A Autora (2017)

3.2.5 HEUR-3

Após as variações entre HEUR-1 e HEUR-2; a implementação de KOWA e a variação para KOWOLI, chegou-se ao método heurístico final deste trabalho – HEUR-3.

Para obter uma SBFI o método HEUR-3 utiliza CMBAL. Dentro de um tempo pré-fixado, em segundos, utiliza-se uma rotina baseada em KOWOLI e aliada ao MSL, que aborda o PTCF numa estrutura em árvore e resolve o problema relaxado utilizando o método de LOCH. As soluções encontradas são verificadas em TesteSol. O QUADRO 8 apresenta o pseudocódigo para o método HEUR-3.

```
Início HEUR-3
    Obter SBFI por CMBAL
    Enquanto tempo < 120s
        KOWOLI
        MSL
        TesteSol
    Fim enquanto
Fim HEUR-3
```

QUADRO 8 – PSEUDOCÓDIGO PARA HEURÍSTICA HEUR-3
FONTE: A Autora (2017)

Vale ressaltar que os métodos HEUR-1, HEUR-2, KOWA e HEUR-3 foram implementados em linguagem Visual Basic 2013 a partir da plataforma do Visual Studio Ultimate 2013, Microsoft Corporation (2014) e processados em uma máquina Dell Inspiron 15, Série 5000 com 8GB SSD e memória RAM de 16GB.

4 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

A técnica GIP, implementada por Glover et al. (2005) mostra um resultado muito eficiente para os valores da função objetivo encontrados para a BaseSun até o momento, sendo superior à técnica de BT de Sun et al. (1998).

O trabalho de Buson et al. (2014) foi superior a GIP, mas as comparações apresentadas estão em torno da média por tipo de problema (A – H), não sendo possível comparar cada problema individualmente. Dessa forma, tal comparativo não foi incluído nessa pesquisa.

Outro fator importante, no que diz respeito ao uso de um *solver* durante a implementação dos métodos da literatura:

- O método BT, de Sun et al. (1998), é uma heurística pura, sem uso de *solver* em sua rotina.
- A técnica GIP, proposta por Glover et al. (2005), e os métodos Core-2 e Core-3 de Aguado (2009) utilizam o Cplex em sua rotina.
- O método RCLIS de Buson et al. (2014), faz uso do Cplex nas rotinas (7 – 10); (27 – 30) e (31 – 34).

Todos os métodos desenvolvidos, HEUR-1, HEUR-2, KOWA, KOWOLI e HEUR-3, foram testados para a BaseSun. Antes de tratar desses métodos, é importante abordar os resultados computacionais das pesquisas de Sun et al. (1998) – BT, Glover et al. (2005) – GIP, e Aguado (2009) – Core2 e Core3, aplicados aos doze problemas fáceis dessa base e que são apresentados na TABELA 12.

Os resultados para os métodos da TABELA 12 aplicados aos demais problemas da BaseSun que variam entre os tipos de A até H, podem ser vistos no Apêndice 3. A TABELA 34 e TABELA 35 apresentam os valores para os métodos BT e GIP, e a TABELA 36 os valores para Core2 e Core3.

TABELA 12 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA A BUSCA TABU, GIP, CORE-2 E CORE-3 APLICADOS AOS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN

Nome e tamanho dos problemas		Valor da Função Objetivo			
		BT	GIP	CORE-2	CORE-3
N104	10 x 10	40,258	40,258	40,258	40,258
N107		42,029	42,029	42,03	42,029
N204	15 x 15	54,502	54,502	54,578	54,502
N207		53,601	53,601	53,610	53,596
N304	10 x 20	56,391	56,366	56,366	56,366
N307		49,742	49,742	49,756	49,742
N504	10 x 30	57,130	57,130	57,152	57,130
N507		52,977	52,903	52,918	52,903
N1004	50 x 50	163,793	163,585	163,787	163,692
N1007		162,313	162,237	162,453	162,234
N2004	30 x 100	104,193	104,001	104,129	104,031
N2007		104,341	104,256	104,313	104,254

FONTE: Adaptado de Glover et al. (2005) e Aguado (2009)

Os métodos HEUR-1 e HEUR-2 aplicados aos problemas fáceis da BaseSun, em tempo máximo de 120 segundos, apresentaram os resultados conforme mostrado na TABELA 13. Para os problemas de Tipo A até H os valores podem ser consultados no Apêndice 3, TABELAS 37 e 38.

TABELA 13 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO HEUR-1 E HEUR-2 PARA OS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN

Nome e tamanho dos problemas		Valor Função Objetivo	
		HEUR-1	HEUR - 2
N104	10 x 10	40,264	40,258
N107		42,030	42,029
N204	15 x 15	54,502	54,502
N207		53,606	53,596
N304	10 x 20	56,391	56,366
N307		49,742	49,742
N504	10 x 30	57,205	57,130
N507		52,977	52,903
N1004	50 x 50	165,633	165,192
N1007		162,620	163,602
N2004	30 x 100	104,665	107,650
N2007		105,468	107,313

FONTE: A Autora (2017)

Os valores da TABELA 13 mostram que em problemas de dimensões até 10x30 HEUR-2 foi superior e em quatro problemas de dimensões maiores o método randômico de HEUR-1 foi superior em três e HEUR-2 em apenas um.

Os métodos KOWA e HEUR-3 atingiram resultados para os PTCF fáceis da BaseSun, em tempo máximo de 120 segundos, conforme apresentados na TABELA 14 e no Apêndice 3 as TABELAS 39 e 40 contém os resultados dessas heurísticas para os problemas de tipo A até H.

TABELA 14 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O MÉTODO KOWA E HEUR-3 PARA OS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN

Nome e tamanho dos problemas		KOWA		HEUR-3	
		Valor FO	Tempo (s)	Valor FO	Tempo (s)
N104	10 x 10	40,258	0,003	40,258	0,002
N107		42,029	0,091	42,029	0,036
N204	15 x 15	54,502	0,055	54,502	0,061
N207		53,596	0,013	53,596	0,005
N304	10 x 20	56,366	0,002	56,366	0,006
N307		49,742	0,002	49,742	0,002
N504	10 x 30	57,130	0,482	57,130	0,019
N507		52,903	0,625	52,903	0,821
N1004	50 x 50	163,653	3,328	163,658	37,75
N1007		162,288	3,698	162,247	33,119
N2004	30 x 100	104,103	7,685	104,014	16,944
N2007		104,242	1,758	104,231	4,797

FONTE: A Autora (2017)

Em problemas de dimensões até 10x30 os dois métodos apresentaram resultados iguais, sendo diferentes nos problemas de dimensão 50x50 e 30x100, onde de quatro casos, HEUR-3 foi superior em três.

Um estudo³⁷ comparando os *solvers* GUROBI OPTIMIZATION INC (2016) e CPLEX - IBM Corporation (2012), para a resolução da BaseSun, foi realizado, pré-fixando o tempo em 30s, 60s, 120s, 240s e 360s. A resolução em 120s mostrou-se eficaz, apesar de não atingir a otimalidade

³⁷ O trabalho foi aceito no CMN - *Congress on Numerical Methods in Engineering*, que acontecerá em julho/2017 - Valencia, Espanha.

do problema, pois para tempos superiores a esse, o valor do GAP para cada problema não sofria alteração significativa. Sendo assim, o tempo máximo de 120s foi o critério de parada para as heurísticas desenvolvidas nessa tese.

Os resultados para os problemas fáceis da BaseSun, resolvidos pelo *solver* Gurobi em tempo limite de 120s, são mostrados na TABELA 15, juntamente com o *GAP*. Foram resolvidos também os problemas de Tipo A até H e os resultados podem ser vistos no Apêndice 3, TABELA 41.

TABELA 15 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PARA O GUROBI PARA OS PROBLEMAS FÁCEIS DA BASESUN

Nome e tamanho dos problemas		GUROBI		
		Valor FO	Tempo (s)	GAP(%)
N104	10 x 10	40,258	0,080	0,0000
N107		42,029	0,140	0,0023
N204	15 x 15	54,502	0,230	0,0000
N207		53,596	0,360	0,0000
N304	10 x 20	56,366	0,170	0,0000
N307		49,742	0,340	0,0095
N504	10 x 30	57,130	8,410	0,0009
N507		52,903	2,040	0,0000
N1004	50 x 50	163,688	120,010	0,5149
N1007		162,264	120,010	0,7515
N2004	30 x 100	104,112	120,000	10,0130
N2007		104,172	120,010	0,9271

FONTE: A Autora (2017)

4.1 Comparativo entre os métodos desenvolvidos

Com o objetivo de verificar qual das heurísticas implementadas nessa pesquisa foi superior, nesse primeiro momento, HEUR-1, HEUR-2, KOWA e HEUR-3 são comparadas entre si e ao mesmo tempo, comparadas ao *solver* Gurobi e aos métodos heurísticos Core2 e Core3

desenvolvidos por Aguado (2009)³⁸. Os melhores resultados são destacados nas tabelas em negrito.

As TABELAS 16 e 17 mostram os resultados para os problemas do Tipo A e Tipo B, respectivamente, onde para o Tipo A Core3 e HEUR-3 foram superiores em 7 casos distintos e GUROBI em 1 caso. Já para o Tipo B, HEUR-3 foi superior em 12 problemas, Core3 em 2 e o *solver* Gurobi em 1.

Para as heurísticas de Aguado (2009), apenas Core2 foi testado para os problemas de Tipo C e Tipo D, conforme apresentado, nessa ordem, nas TABELAS 18 e 19. Para os problemas do Tipo C, HEUR-3 foi superior em 11 casos, Core2 em 3 e o *solver* Gurobi em 1 caso. Por outro lado, para os problemas do Tipo D, HEUR-3 obteve destaque em treze casos, Core2 e Gurobi em apenas um caso distinto.

TABELA 16 – COMPARATIVO ENTRE SOLUÇÕES PARA BASE SUN – TIPO A

Tipo	Nome	Core 2	Core 3	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
A	N3000	168,212	167,957	169,799	173,192	168,278	168,131	168,1
	N3001	166,806	166,684	168,716	171,841	166,945	166,934	166,761
	N3002	168,145	168,000	169,445	171,98	167,975	167,925	167,813
	N3003	168,680	168,431	169,709	173,454	168,621	168,662	168,424
	N3004	167,593	167,244	169,373	174,016	167,542	167,482	167,308
	N3005	168,041	167,658	169,426	171,978	167,841	167,964	167,850
	N3006	165,943	165,747	167,201	170,942	166,058	165,912	165,825
	N3007	167,515	167,349	169,495	172,311	167,,546	167,394	167,384
	N3008	165,968	165,888	167,008	170,507	165,899	165,908	165,701
	N3009	167,320	167,080	168,663	171,551	167,431	167,346	167,234
	N300A	167,568	167,436	168,804	172,168	167,55	167,417	167,356
	N300B	168,727	168,633	170,305	173,378	168,712	168,598	168,591
	N300C	165,734	165,698	166,743	171,424	165,378	165,526	165,492
	N300D	166,446	166,371	167,732	171,462	166,392	166,421	166,307
	N300E	169,958	169,490	172,065	175,811	169,667	169,55	169,466

FONTE: A Autora (2017)

³⁸ Cabe ressaltar novamente neste trabalho, estas heurísticas foram aplicadas para a BaseSun apenas nos problemas do Tipo A, B, C e D.

TABELA 17 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO B

Tipo	Nome	Core 2	Core 3	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
B	N3100	179,084	178,927	181,628	186,292	179,384	179,334	179,075
	N3101	178,318	177,761	180,022	184,066	178,147	178,169	177,984
	N3102	179,271	179,271	181,454	186,125	179,288	179,133	178,931
	N3103	179,369	179,231	182,167	185,943	179,698	179,579	179,122
	N3104	179,676	179,676	183,032	184,707	179,953	179,713	179,454
	N3105	178,841	178,764	181,7	185,76	178,753	178,760	178,424
	N3106	177,116	176,720	180,403	184,066	176,894	176,919	176,492
	N3107	178,441	178,271	181,151	185,329	178,513	178,315	178,138
	N3108	176,955	176,863	179,925	183,813	176,804	176,770	176,338
	N3109	178,069	177,843	180,886	184,939	178,135	178,141	177,790
	N310A	179,400	179,258	182,655	186,785	179,346	179,275	179,086
	N310B	180,168	179,895	183,353	186,041	179,981	180,002	179,689
	N310C	176,452	176,202	177,881	182,13	176,041	176,568	176,188
	N310D	177,943	177,797	179,613	184,731	177,698	177,462	177,306
	N310E	183,987	183,774	182,376	188,57	180,343	180,332	179,937

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 18 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO C

Tipo	Nome	Core 2	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
C	N3200	200,670	204,639	213,453	200,176	200,494	200,322
	N3201	199,797	205,456	210,677	199,993	200,127	199,819
	N3202	201,593	206,058	210,914	201,434	201,038	200,879
	N3203	200,055	202,638	207,384	200,16	200,677	199,633
	N3204	201,408	207,068	211,35	202,207	202,223	201,803
	N3205	199,960	204,507	208,181	200,179	199,773	199,58
	N3206	198,189	203,187	207,502	198,222	198,025	197,417
	N3207	199,096	203,628	211,46	199,571	199,018	198,664
	N3208	197,292	200,137	211,177	197,685	197,876	197,262
	N3209	198,497	202,741	208,977	199,417	198,919	198,856
	N320A	201,108	205,144	209,539	201,887	201,478	200,951
	N320B	201,813	207,375	211,99	202,023	202,208	201,233
	N320C	197,334	202,228	208,422	197,858	197,355	196,991
	N320D	199,184	203,415	210,732	199,597	199,197	198,755
	N320E	201,444	206,482	211,647	201,809	200,974	200,771

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 19 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO D

Tipo	Nome	Core 2	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
D	N3300	240,597	251,591	260,025	241,251	241,679	240,299
	N3301	240,410	251,160	259,682	241,252	241,939	240,194
	N3302	242,310	246,904	254,75	243,13	241,915	240,965
	N3303	239,015	244,409	254,802	239,384	238,656	238,05
	N3304	243,803	249,374	257,03	245,603	242,678	242,43
	N3305	240,647	249,013	256,069	241,072	240,552	239,753
	N3306	237,434	245,046	254,582	239,37	238,234	237,016
	N3307	237,611	248,781	252,91	238,013	237,990	236,811
	N3308	236,530	243,706	259,363	237,44	236,544	235,759
	N3309	239,293	246,592	254,198	240,705	240,139	239,968
	N330A	242,812	253,503	258,704	243,098	242,994	242,46
	N330B	242,830	256,542	259,147	245,218	243,372	241,65
	N330C	237,050	245,723	256,883	238,88	237,547	236,941
	N330D	239,881	247,937	257,864	240,059	238,298	237,584
	N330E	243,626	246,423	254,216	240,247	240,689	240,548

FONTE: A Autora (2017)

A partir dos problemas de Tipo E até H, a comparação se restringe apenas entre HEUR-1, HEUR-2, KOWA, HEUR-3 e o *solver* Gurobi, conforme TABELAS 20, 21, 22 e 23.

TABELA 20 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO E

Tipo	Nome	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
E	N3400	327,741	340,356	318,006	316,362	314,366
	N3401	324,488	330,679	317,039	315,399	312,847
	N3402	327,874	338,342	320,987	318,008	316,917
	N3403	318,602	320,794	314,158	310,845	309,617
	N3404	332,87	342,057	322,012	319,824	318,056
	N3405	327,676	339,340	318,458	318,924	316,717
	N3406	322,747	335,631	316,476	312,770	310,307
	N3407	318,221	324,069	312,142	309,804	307,744
	N3408	325,277	330,799	312,400	314,160	309,069
	N3409	331,601	336,455	321,465	313,901	314,893
	N340A	336,184	337,970	325,127	322,095	319,017
	N340B	333,663	336,233	321,983	322,738	318,646
	N340C	328,704	336,294	315,718	312,447	310,640
	N340D	323,351	331,022	316,341	313,070	311,698
	N340E	335,041	338,198	317,170	316,522	313,759

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 21 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO F

Tipo	Nome	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
F	N3500	484,830	490,33	463,124	458,422	455,697
	N3501	479,462	493,5	466,57	457,816	453,479
	N3502	476,287	494,937	464,078	462,227	455,119
	N3503	460,189	472,101	452,057	452,885	443,929
	N3504	479,786	486,899	469,097	465,521	460,386
	N3505	488,039	498,976	467,825	458,83	453,014
	N3506	465,906	484,531	458,869	452,775	451,21
	N3507	465,508	479,314	451,817	447,672	443,767
	N3508	475,837	493,679	459,491	457,637	452,44
	N3509	476,098	485,839	464,74	458,914	455,084
	N350A	478,711	495,439	470,779	465,608	462,129
	N350B	479,087	489,304	465,954	467,97	461,679
	N350C	479,589	486,3	460,662	459,726	455,719
	N350D	477,724	486,3	460,662	459,726	455,719
	N350E	473,430	496,036	462,535	461,909	459,913

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 22 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO G

Tipo	Nome	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
G	N3600	758,665	766,614	742,307	732,168	724,536
	N3601	760,982	772,051	741,094	732,600	721,167
	N3602	757,924	772,656	741,34	730,796	721,880
	N3603	740,703	749,656	730,714	730,570	707,105
	N3604	765,34	800,081	751,685	741,680	727,915
	N3605	748,467	770,113	736,289	735,085	725,679
	N3606	741,651	775,212	737,734	727,353	714,355
	N3607	731,527	751,271	724,372	712,472	706,823
	N3608	748,165	781,372	741,933	723,225	717,069
	N3609	767,125	767,977	743,339	732,777	725,268
	N360A	774,93	785,01	750,143	745,675	738,061
	N360B	776,945	813,126	756,731	742,081	729,226
	N360C	767,119	793,302	740,086	737,283	728,740
	N360D	754,821	793,302	740,086	737,283	728,740
	N360E	758,685	765,701	742,64	731,946	724,606

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 23 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS PARA BASE SUN – TIPO H

Tipo	Nome	Heur 1	Heur 2	Gurobi	KOWA	HEUR-3
H	N3700	1336,906	1336,004	1281,678	1260,672	1243,522
	N3701	1318,397	1332,231	1283,392	1265,816	1241,519
	N3702	1307,134	1329,865	1269,014	1261,579	1226,743
	N3703	1275,614	1295,345	1262,468	1242,349	1217,454
	N3704	1344,067	1340,184	1302,562	1274,277	1257,369
	N3705	1299,311	1369,398	1294,037	1277,733	1248,296
	N3706	1330,956	1335,461	1284,53	1287,734	1241,962
	N3707	1296,309	1303,389	1247,299	1239,992	1213,073
	N3708	1329,904	1350,563	1274,18	1282,088	1238,911
	N3709	1284,400	1338,702	1298,613	1252,323	1237,259
	N370A	1344,237	1352,749	1300,284	1298,247	1269,314
	N370B	1338,678	1383,858	1299,706	1274,252	1256,005
	N370C	1319,056	1333,805	1288,41	1259,264	1254,835
	N370D	1294,518	1333,805	1288,41	1259,264	1254,835
	N370E	1305,813	1327,27	1282,264	1255,569	1232,459

FONTE: A Autora (2017)

Nos problemas do Tipo E, HEUR-3 foi superior na maioria deles, enquanto nos demais, TIPOS F, G e H, HEUR-3 foi superior em todos.

4.2 Comparativo entre os métodos da literatura

Nesse momento, tendo em vista que o método HEUR-3 foi superior aos demais implementados (HEUR-1, HEUR-2 e KOWA), o mesmo será comparado com os trabalhos do estado da arte de Sun et al. (1998), Glover et al. (2005) e Aguado (2009) além do *solver* Gurobi.

Cabe ressaltar que HEUR-3 é uma heurística pura assim como a BT, diferente dos outros métodos que utilizam um *solver* em algum momento da rotina implementada.

Começando pelos problemas fáceis da BaseSun a TABELA 24 indica que nos problemas de dimensões até 10x30, a maioria dos métodos converge para a solução calculada pelo *solver* GUROBI que é a solução ótima ou muito próxima da ótima, conforme os valores de *GAP* apresentados anteriormente na TABELA 15.

TABELA 24 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO A

Nome e tamanho dos problemas		Valor da Função Objetivo					
		BT	GIP	CORE2	CORE3	KOWA	HEUR-3
N104	10 x 10	40,258	40,258	40,258	40,258	40,258	40,258
N107		42,029	42,029	42,03	42,029	42,029	42,029
N204	15 x 15	54,502	54,502	54,578	54,502	54,502	54,502
N207		53,601	53,601	53,610	53,596	53,596	53,596
N304	10 x 20	56,391	56,366	56,366	56,366	56,366	56,366
N307		49,742	49,742	49,756	49,742	49,742	49,742
N504	10 x 30	57,13	57,13	57,152	57,13	57,13	57,13
N507		52,977	52,903	52,918	52,903	52,903	52,903
N1004	50 x 50	163,793	163,585	163,787	163,692	163,688	163,658
N1007		162,313	162,237	162,453	162,234	162,264	162,247
N2004	30 x 100	104,193	104,001	104,129	104,031	104,112	104,014
N2007		104,341	104,256	104,313	104,254	104,172	104,231

FONTE: A Autora (2017)

Analisando os quatros últimos problemas fáceis e de dimensões maiores, a técnica GIP foi superior em dois e Core3 e HEUR-3 em um caso distinto.

A TABELA 25 indica que entre os quinze problemas do Tipo A, a técnica GIP foi superior em 7 casos, Core3 em 5 e HEUR-3 em 3 casos.

TABELA 25 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO A

Tipo	Nome	BT	GIP	Core 2	Core 3	Gurobi	HEUR-3
A	N3000	168,460	168,057	168,212	167,957	168,278	168,100
	N3001	166,930	166,678	166,806	166,684	166,945	166,761
	N3002	167,888	167,919	168,145	168,000	167,975	167,813
	N3003	168,847	168,434	168,680	168,431	168,621	168,424
	N3004	167,581	167,275	167,593	167,244	167,542	167,308
	N3005	168,251	167,639	168,041	167,658	167,841	167,850
	N3006	166,287	165,862	165,943	165,747	166,058	165,825
	N3007	167,845	167,364	167,515	167,349	167,,546	167,384
	N3008	165,944	165,576	165,968	165,888	165,899	165,701
	N3009	167,206	167,193	167,320	167,080	167,431	167,234
	N300A	167,895	167,358	167,568	167,436	167,550	167,356
	N300B	168,807	168,504	168,727	168,633	168,712	168,591
	N300C	165,765	165,295	165,734	165,698	165,378	165,492
	N300D	166,295	166,217	166,446	166,371	166,392	166,307
	N300E	169,865	169,375	169,958	169,490	169,667	169,466

FONTE: A Autora (2017)

A TABELA 26 indica que entre os quinze problemas do Tipo B, GIP foi superior em 10, Core3 em 2 e HEUR-3 em 3 casos.

TABELA 26 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO B

Tipo	Nome	BT	GIP	Core 2	Core 3	Gurobi	HEUR-3
B	N3100	179,672	179,019	179,084	178,927	179,384	179,075
	N3101	178,518	177,861	178,318	177,761	178,147	177,984
	N3102	179,021	179,007	179,271	179,271	179,288	178,931
	N3103	179,278	179,017	179,369	179,231	179,698	179,122
	N3104	179,828	179,230	179,676	179,676	179,953	179,454
	N3105	178,714	178,160	178,841	178,764	178,753	178,424
	N3106	177,304	176,546	177,116	176,720	176,894	176,492
	N3107	178,567	177,904	178,441	178,271	178,513	178,138
	N3108	176,540	176,266	176,955	176,863	176,804	176,338
	N3109	178,077	177,599	178,069	177,843	178,135	177,790
	N310A	179,432	178,703	179,400	179,258	179,346	179,086
	N310B	180,020	179,647	180,168	179,895	179,981	179,689
	N310C	176,106	175,850	176,452	176,202	176,041	176,188
	N310D	178,287	177,328	177,943	177,797	177,698	177,306
	N310E	180,273	179,763	183,987	183,774	180,343	179,937

FONTE: A Autora (2017)

A TABELA 27 e a TABELA 28, sem a análise de Core3, conforme já justificado anteriormente, indica que nos 15 problemas de cada Tipo (C e D), a técnica GIP foi superior em todos.

TABELA 27 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO C

Tipo	Nome	BT	GIP	Core 2	Gurobi	HEUR-3
C	N3200	201,441	199,611	200,670	200,176	200,322
	N3201	199,720	198,843	199,797	199,993	199,819
	N3202	201,728	199,986	201,593	201,434	200,879
	N3203	200,648	199,338	200,055	200,160	199,633
	N3204	201,748	201,089	201,408	202,207	201,803
	N3205	199,576	198,764	199,960	200,179	199,580
	N3206	198,305	197,383	198,189	198,222	197,417
	N3207	200,195	198,006	199,096	199,571	198,664
	N3208	197,043	196,558	197,292	197,685	197,262
	N3209	199,160	198,262	198,497	199,417	198,856
	N320A	201,041	200,643	201,108	201,887	200,951
	N320B	202,682	201,108	201,813	202,023	201,233
	N320C	198,738	196,264	197,334	197,858	196,991
	N320D	199,738	198,158	199,184	199,597	198,755
	N320E	201,583	200,178	201,444	201,809	200,771

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 28 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO D

Tipo	Nome	BT	GIP	Core 2	Gurobi	HEUR-3
D	N3300	240,209	239,115	240,597	241,251	240,299
	N3301	241,428	238,570	240,410	241,252	240,194
	N3302	240,555	239,876	242,310	243,130	240,965
	N3303	237,274	237,204	239,015	239,384	238,050
	N3304	243,778	241,295	243,803	245,603	242,430
	N3305	241,594	237,920	240,647	241,072	239,753
	N3306	237,461	236,061	237,434	239,370	237,016
	N3307	238,483	236,150	237,611	238,013	236,811
	N3308	236,800	234,479	236,530	237,440	235,759
	N3309	238,961	238,233	239,293	240,705	239,968
	N330A	242,350	242,000	242,812	243,098	242,460
	N330B	243,341	241,009	242,830	245,218	241,650
	N330C	237,911	235,173	237,050	238,880	236,941
	N330D	237,071	236,002	239,881	240,059	237,584
	N330E	241,727	238,434	243,626	240,247	240,548

FONTE: A Autora (2017)

A partir dos problemas de Tipo E, os métodos não foram testados no trabalho de Aguado (2009), pois segundo o autor, haveria necessidade de alterar os parâmetros para obter bons resultados. A TABELA 29 e a TABELA 30 apontam a técnica GIP como melhor em todos os problemas do Tipo E e Tipo F, respectivamente.

TABELA 29 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO E

Tipo	Nome	BT	GIP	Gurobi	HEUR-3
E	N3400	314,664	312,137	318,006	314,366
	N3401	314,568	309,548	317,039	312,847
	N3402	317,426	314,136	320,987	316,917
	N3403	306,564	305,622	314,158	309,617
	N3404	316,053	314,941	322,012	318,056
	N3405	314,182	311,120	318,458	316,717
	N3406	308,776	308,427	316,476	310,307
	N3407	305,782	305,442	312,142	307,744
	N3408	312,399	308,179	312,400	309,069
	N3409	315,370	312,060	321,465	314,893
	N340A	317,228	316,336	325,127	319,017
	N340B	316,352	314,486	321,983	318,646
	N340C	310,844	308,288	315,718	310,640
	N340D	309,496	308,479	316,341	311,698
	N340E	316,113	311,349	317,170	313,759

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 30 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO F

Tipo	Nome	BT	GIP	Gurobi	HEUR-3
F	N3500	457,658	450,795	463,124	455,697
	N3501	454,374	445,767	466,570	453,479
	N3502	451,039	449,374	464,078	455,119
	N3503	439,546	438,734	452,057	443,929
	N3504	458,946	454,244	469,097	460,386
	N3505	452,509	448,007	467,825	453,014
	N3506	447,534	442,903	458,869	451,210
	N3507	443,375	439,880	451,817	443,767
	N3508	450,745	447,131	459,491	452,440
	N3509	453,419	451,451	464,740	455,084
	N350A	459,302	455,810	470,779	462,129
	N350B	457,231	453,736	465,954	461,679
	N350C	451,829	449,021	460,662	455,719
	N350D	451,829	449,021	460,662	455,719
	N350E	451,834	449,546	462,535	459,913

FONTE: A Autora (2017)

Na TABELA 31, para problemas do Tipo G, os resultados computacionais apresentam a técnica BT de SUN superior em apenas 1 caso com relação a GIP. Na TABELA 32, para problemas do Tipo H, BT é superior em 4 casos e GIP em 11.

TABELA 31 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO G

Tipo	Nome	BT	GIP	Gurobi	HEUR-3
G	N3600	713,866	713,202	742,307	724,536
	N3601	722,657	709,804	741,094	721,167
	N3602	716,002	704,514	741,340	721,880
	N3603	702,926	698,859	730,714	707,105
	N3604	731,657	719,948	751,685	727,915
	N3605	710,327	701,139	736,289	725,679
	N3606	715,812	711,073	737,734	714,355
	N3607	701,699	696,387	724,372	706,823
	N3608	705,938	709,132	741,933	717,069
	N3609	717,733	713,193	743,339	725,268
	N360A	730,942	729,011	750,143	738,061
	N360B	727,058	718,435	756,731	729,226
	N360C	725,348	716,833	740,086	728,740
	N360D	725,348	716,833	740,086	728,740
	N360E	722,009	712,120	742,640	724,606

FONTE: A Autora (2017)

TABELA 32 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS DO ESTADO DA ARTE – TIPO H

Tipo	Nome	BT	GIP	Gurobi	HEUR-3
H	N3700	1253,875	1217,475	1281,678	1243,522
	N3701	1237,126	1217,557	1283,392	1241,519
	N3702	1230,006	1211,000	1269,014	1226,743
	N3703	1213,135	1213,202	1262,468	1217,454
	N3704	1247,729	1230,928	1302,562	1257,369
	N3705	1242,727	1223,852	1294,037	1248,296
	N3706	1240,640	1233,656	1284,530	1241,962
	N3707	1213,414	1193,304	1247,299	1213,073
	N3708	1220,714	1222,297	1274,180	1238,911
	N3709	1220,415	1211,783	1298,613	1237,259
	N370A	1255,481	1256,831	1300,284	1269,314
	N370B	1243,265	1229,574	1299,706	1256,005
	N370C	1243,686	1229,667	1288,410	1254,835
	N370D	1243,686	1229,667	1288,410	1254,835
	N370E	1219,003	1220,285	1282,264	1232,459

FONTE: A Autora (2017)

Uma última análise é a comparação entre o método HEUR-3 e o *solver* GUROBI separadamente. De acordo com a TABELA 33, o método heurístico tem um desempenho superior na maioria dos casos do Tipo A, B e C, sendo superior em todos os problemas a partir do Tipo D até o H. Analisando a partir da média dos quinze problemas em cada tipo, HEUR-3 apresenta os melhores resultados, quando comparado com o *solver* Gurobi.

É importante ressaltar que:

- O *solver* Gurobi foi utilizado em suas configurações *default*.
- O tempo limite de processamento para ambos foi de 120s.
- Na tentativa de implementar um método híbrido, a partir de uma SBFI, utilizando o resultado obtido em HEUR-3, o *solver* GUROBI não apresentou, em geral, melhorias no valor da função objetivo. E quando houve melhorias, essas foram muito pequenas, causando pouca variação do GAP, mesmo quando alguns parâmetros do *solver* eram alterados.
- HEUR-3 foi superior 93% dos problemas.

TABELA 33 – COMPARATIVO ENTRE HEUR-3 E GUROBI – TIPO H

Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3	Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3	Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3	Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3
A	N3000	168,278	168,100	B	N3100	179,384	179,075	C	N3200	200,176	200,322	D	N3300	241,251	240,299
	N3001	166,945	166,761		N3101	178,147	177,984		N3201	199,993	199,819		N3301	241,252	240,194
	N3002	167,975	167,813		N3102	179,288	178,931		N3202	201,434	200,879		N3302	243,130	240,965
	N3003	168,621	168,424		N3103	179,698	179,122		N3203	200,160	199,633		N3303	239,384	238,050
	N3004	167,542	167,308		N3104	179,953	179,454		N3204	202,207	201,803		N3304	245,603	242,430
	N3005	167,841	167,850		N3105	178,753	178,424		N3205	200,179	199,580		N3305	241,072	239,753
	N3006	166,058	165,825		N3106	176,894	176,492		N3206	198,222	197,417		N3306	239,370	237,016
	N3007	167,546	167,384		N3107	178,513	178,138		N3207	199,571	198,664		N3307	238,013	236,811
	N3008	165,899	165,701		N3108	176,804	176,338		N3208	197,685	197,262		N3308	237,440	235,759
	N3009	167,431	167,234		N3109	178,135	177,790		N3209	199,417	198,856		N3309	240,705	239,968
	N300A	167,550	167,356		N310A	179,346	179,086		N320A	201,887	200,951		N330A	243,098	242,460
	N300B	168,712	168,591		N310B	179,981	179,689		N320B	202,023	201,233		N330B	245,218	241,650
	N300C	165,378	165,492		N310C	176,041	176,188		N320C	197,858	196,991		N330C	238,880	236,941
	N300D	166,392	166,307		N310D	177,698	177,306		N320D	199,597	198,755		N330D	240,059	237,584
	N300E	169,667	169,466		N310E	180,343	179,937		N320E	201,809	200,771		N330E	240,247	240,548
	Média	167,456	167,307		Média	178,599	178,264		Média	200,148	199,529		Média	240,981	239,362
Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3	Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3	Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3	Tipo	Nome	Gurobi	HEUR-3
E	N3400	318,006	314,366	F	N3500	463,124	455,697	G	N3600	742,307	724,536	H	N3700	1281,678	1243,522
	N3401	317,039	312,847		N3501	466,570	453,479		N3601	741,094	721,167		N3701	1283,392	1241,519
	N3402	320,987	316,917		N3502	464,078	455,119		N3602	741,340	721,880		N3702	1269,014	1226,743
	N3403	314,158	309,617		N3503	452,057	443,929		N3603	730,714	707,105		N3703	1262,468	1217,454
	N3404	322,012	318,056		N3504	469,097	460,386		N3604	751,685	727,915		N3704	1302,562	1257,369
	N3405	318,458	316,717		N3505	467,825	453,014		N3605	736,289	725,679		N3705	1294,037	1248,296
	N3406	316,476	310,307		N3506	458,869	451,210		N3606	737,734	714,355		N3706	1284,530	1241,962
	N3407	312,142	307,744		N3507	451,817	443,767		N3607	724,372	706,823		N3707	1247,299	1213,073
	N3408	312,400	309,069		N3508	459,491	452,440		N3608	741,933	717,069		N3708	1274,180	1238,911
	N3409	321,465	314,893		N3509	464,740	455,084		N3609	743,339	725,268		N3709	1298,613	1237,259
	N340A	325,127	319,017		N350A	470,779	462,129		N360A	750,143	738,061		N370A	1300,284	1269,314
	N340B	321,983	318,646		N350B	465,954	461,679		N360B	756,731	729,226		N370B	1299,706	1256,005
	N340C	315,718	310,640		N350C	460,662	455,719		N360C	740,086	728,740		N370C	1288,410	1254,835
	N340D	316,341	311,698		N350D	460,662	455,719		N360D	740,086	728,740		N370D	1288,410	1254,835
	N340E	317,170	313,759		N350E	462,535	459,913		N360E	742,640	724,606		N370E	1282,264	1232,459
	Média	317,965	313,620		Média	462,551	454,619		Média	741,366	722,745		Média	1283,790	1242,237

FONTE: A Autora (2017)

5 CONCLUSÕES

O PTCF é classificado como um problema do tipo NP-hard e encontrar a solução ótima, em alguns casos, nem sempre é possível. Não se trata apenas do tamanho do problema, mas sim da diferença entre o valor do custo unitário e o valor do custo fixo de transporte. A medida em que essa diferença se torna cada vez maior, a dificuldade em resolver o PTCF fica mais evidente.

Na BaseSun, essa diferença entre o custo unitário e o custo fixo vai aumentando a partir do Tipo A até o Tipo H. Os valores de GAP encontrados utilizando o *solver* exato Gurobi, reforçam o quão distante se está do ótimo à medida que os tipos de problemas vão evoluindo.

As heurísticas implementadas, HEUR-1, HEUR-2, KOWA e HEUR-3 aproveitam a estrutura em árvore. Em todos os momentos de resolução do PT, quando o PTCF foi relaxado, o método de LOCH foi utilizado, não sendo preciso recalcular todos os custos das variáveis não básicas de uma iteração para a outra. Além disso, a proposta de implementação do MSL estava presente em todos esses métodos.

Após realizar os testes computacionais, aplicados à BaseSun, no que se refere à comparação entre os métodos desenvolvidos, HEUR-3 se destaca como o melhor, sendo superior em 85% dos casos em relação a HEUR-1, HEUR-2 e KOWA.

Quando comparado individualmente com os métodos Core2 e Core3, HEUR-3 foi superior em 70% dos 30 problemas do Tipo A e B. Para os 30 problemas do Tipo C e D, comparado apenas com Core2, HEUR-3 foi superior em 93%. Para os demais tipos, Core2 e Core3 não foram testados, pois esses métodos são apropriados apenas para os problemas onde a diferença entre o custo unitário e o custo fixo não são tão altas, não apresentando desempenho satisfatório em casos contrários.

No entanto, quando comparado aos métodos da literatura, a técnica GIP, que faz uso de um *solver*, ainda se mostrou superior em relação ao método HEUR-3, que obteve bons resultados apenas em alguns problemas do Tipo A e B.

Na comparação separada apenas entre HEUR-3 e BT, ambas heurísticas puras, dos 120 problemas (Tipo A – H) HEUR-3 é superior em 51% dos casos.

Com relação ao *solver* Gurobi, HEUR-3 foi superior em 93% de um total de 120 problemas em relação ao Gurobi.

O bom desempenho dos métodos heurísticos frente ao Gurobi, mostra que a sua utilização se torna viável, uma vez que alcançar uma resposta exata pode exigir muito do tempo computacional. Já a heurística, permite atingir resultados próximos do ótimo em um período de tempo menor.

Diante do objetivo geral desse trabalho, um método heurístico foi desenvolvido e apresentado, mostrando-se, em alguns casos, superior a outra técnica, quando aplicado a BaseSun.

Por outro lado, diante de um método exato, a heurística desenvolvida apresenta respostas satisfatórias, levando em consideração sua aplicação a problemas reais, em um mercado competitivo que busca soluções rápidas.

Como sugestão de objeto de estudo para trabalhos futuros:

- Realizar melhorias no método HEUR-3, com outras perturbações que possibilitem atingir outros mínimos locais, inclusive com a possibilidade de inclusão de um *solver* em sua rotina.
- Estender o estudo do PTCF para o Problema de Transporte com Custo Fixo Linear por Partes (PTCFLP).
- Relaxar uma solução inicial e enviar parte dela para que o *solver* Gurobi continue o processamento.

REFERÊNCIAS

- ACHARYA, D.; BASU, M.; DAS, A. A. Modified Method for Fixed Charge Transportation Problem. **International Journal of Engineering Inventions**, v. 3, n. 1, p. 67–71, 2013.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K. On the fixed-charge transportation problem. **Omega**, v. 27, n. 3, p. 381–388, 1999.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K. A simple heuristic for solving small fixed-charge transportation problems. **Omega**, v. 31, n. 3, p. 205–211, 2003.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K. A simple algorithm for the source-induced fixed-charge transportation problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 55, n. 12, p. 1275 –1280, 2004.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K. Fractional Polynomial Bounds for the Fixed Charge Problem. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 164, n. 3, p. 1026–1038, 2013.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K. On lower bounds for the fixed charge problem. **Computers and Operations Research**, v. 52, p. 105–112, 2014.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K.; LEV, B. A branching method for the fixed charge transportation problem. **Omega**, v. 38, n. 5, p. 393–397, 2010.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K.; VEMUGANTI, R. R.; LEV, B. More-for-less algorithm for fixed-charge transportation problems. **Omega**, v. 35, n. 1, p. 116–127, 2007.
- ADLAKHA, V.; KOWALSKI, K.; WANG, S.; LEV, B.; SHEN, W. On approximation of the fixed charge transportation problem. **Omega**, v. 43, p. 64–70, 2014.
- AGARWAL, Y.; ANEJA, Y. Fixed-Charge Transportation Problem: Facets of the Projection Polyhedron. **Operations Research**, v. 60, n. 3, p. 638–654, 2012.
- AGUADO, J. S. Fixed Charge Transportation Problems: A new heuristic approach based on Lagrangean relaxation and the solving of core problems. **Annals of Operations Research**, v. 172, n. 1, p. 45–69, 2009.

AHRENS, J. H.; FINKE, G. Degeneracy in fixed cost transportation problems. **Mathematical Programming**, v. 8, p. 369–374, 1975.

ALTASSAN, K. M.; EL-SHERBINY, M. M.; ABID, A. D. Artificial Immune Algorithm for Solving Fixed Charge Transportation Problem. **Applied Mathematics & Information Sciences**, v. 8, n. 2, p. 751–759, 2014.

ANGULO, G.; VAN VYVE, M. Fixed-charge transportation problems on trees. **Optimization and Control**, 2015.

BALINSKI, M. L. Fixed-cost transportation problems. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 8, n. 1, p. 41–54, 1961.

BARR, R. S.; GLOVER, F.; KLINGMAN, D. A new optimization method for large scale fixed charge transportation problems. **Oper. Res.**, v. 29, n. 3, p. 448–463, 1981.

BELL, G. J.; LAMAR, B. W.; WALLACE, C. A. Capacity improvement, penalties, and the fixed charge transportation problem. **Naval Research Logistics**, v. 46, n. 4, p. 341–355, 1999.

BENDERS, J. F. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. **Numerische Mathematik**, v. 4, n. 1, p. 238–252, 1962.

BUSON, E.; ROBERTI, R.; TOTH, P. A Reduced-Cost Iterated Local Search Heuristic for the Fixed-Charge Transportation Problem. **Operations Research**, v. 14, n. 1, p. 1095–1106, 2014.

CABOT, A. V.; ERENGUC, S. S. Some Branch-and-Bound Procedures for Fixed-Cost Transport at ion Problems. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 31, n. 1, p. 145–154, 1984.

CHRISTENSEN, T. R. L.; LABBÉ, M. A branch-cut-and-price algorithm for the piecewise linear transportation problem. **European Journal of Operational Research**, v. 245, n. 3, p. 645–655, 2015.

COOPER, L. The fixed charge problem—I: A new heuristic method. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 1, n. 1, p. 89–95, 1975.

COOPER, L. ; OLSON, A. M. **Random Perturbations and the MI-MII Heuristics for the Fixed-Charge Problem.** , 1968. Department of Applied Mathematics and Computer Science, Washington University.

COOPER, L.; DREBES, C. An Approximate Solution Method for the Fixed Charge Problem. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 14, n. 1, p. 101–113, 1967.

DENZLER, D. R. AN APPROXIMATIVE ALGORITHM FOR THE FIXED CHARGE PROBLEM. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 16, p. 411–416, 1969.

DIABY, M. Successive linear approximation procedure for generalized fixed-charge transportation problems. **Journal Operations Research Society**, v. 42, n. 11, p. 991–1001, 1991.

DRIEBEEK, N. J. An Algorithm for the Solution of Mixed Integer Programming Problems. **Management Science**, v. 12, n. 7, p. 576–587, 1966.

DWYER, P. S. Use of Completely Reduced Matrices in Solving Transportation Problems with Fixed Charges. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 8, n. 1, p. 239–313, 1966.

DWYER, P. S. ; GALLER, B. A. The Method of reduced matrices for a General Transportation Problem. **Journal of the Association for Computing Machinery**, v. 8, p. 308–313, 1956.

EL-SHERBINY, M. M. Alternate mutation based artificial immune algorithm for step fixed charge transportation problem. **Egyptian Informatics Journal**, v. 13, n. 2, p. 123–134, 2012.

EL-SHERBINY, M. M.; ALHAMALI, R. M. A hybrid particle swarm algorithm with artificial immune learning for solving the fixed charge transportation problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 64, n. 2, p. 610–620, 2013.

GEN, M.; ALTIPARMAK, F.; LIN, L. A genetic algorithm for two-stage transportation problem using priority-based encoding. **OR Spectrum**, v. 28, n. 3, p. 337–354, 2006.

GEN, M.; CHENG, R.; OREN, S. S. Network design techniques using adapted genetic algorithms. **Advances in Engineering Software**, v. 32, n. 9, p. 731–744, 2001.

GEN, M.; LI, Y.-Z. Solving Multi-objective Transportation Problems by Spanning Tree-based Genetic Algorithm. , , n. 12, p. 95–108, 1998.

GLOVER, F.; AMINI, M.; KOCHENBERGER, G. Parametric Ghost Image Processes for Fixed-Charge Problems: A Study of Transportation Networks. **Journal of heuristics**, v. 11, n. 4, p. 307–336, 2005.

GOLDBARG, M. C. .; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos**. 8º ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOTTLIEB, J.; PAULMANN, L. Genetic algorithms for the fixed charge transportation problem. **1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)**, , n. 5, p. 330–335, 1998.

GRAY, P. **Mixed Integer Programming Algorithms for Site Select ion and Other Fixed-Charge Problems Having Capacity Constraints.**, 1967. Department of Operations Research and Statistics, Technical Report no 101, Stanford University.

GRAY, P. Exact Solution of the Fixed-Charge Transportation Problem. **Operations Research**, v. 19, n. 6, p. 1529–1538, 1971.

GUPTA, A. K. An efficient algorithm for solving fixed-charge problems. **Indian Journal of Paure and Applied Mathematics**, v. 14, n. 1, p. 32–39, 1983.

GUROBI OPTIMIZATION INC. **Gurobi Optimizer.**, 2016.

HAJIAGHAEI-KESHTALI, M.; MOLLA-ALIZADEH-ZAVARDEHI, S.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R. Addressing a nonlinear fixed-charge transportation problem using a spanning tree-based genetic algorithm. **Computers and Industrial Engineering**, v. 59, n. 2, p. 259–271, 2010.

HERER, Y. T.; ROSENBLATT, M. T.; HEFTER, I. Fast Algorithms for Single-Sink Fixed Charge Transportation Problems with Applications to Manufacturing and Transportation. **Transportation Science**, v. 30, n. 4, p. 276–290, 1996.

HIRSCH, W. M.; DANTZIG, G. B. Notes on linear programming. Part XIX : the fixed charge problem. **Randon Research**, 1954. Santa Monica, CA.

HIRSCH, W. M.; DANTZIG, G. B. The fixed charge problem. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 15, n. 3, p. 413–424, 1968.

HITCHCOCK, F. L. The distribution of a product from several sources to numerous facilities. **Journal of Mathematical Physics**, v. 20, p. 224–230, 1941.

HULTBERG, T. H.; CARDOSO, D. M. The teacher assignment problem: A special case of the fixed charge transportation problem. **European Journal of Operational Research**, v. 101, n. 3, p. 463–473, 1997.

IBM CORPORATION. **Ibm ilog cplex interactive optimizer**. , 2012.

JO, J. B.; LI, Y.; GEN, M. Nonlinear fixed charge transportation problem by spanning tree-based genetic algorithm. **Computers and Industrial Engineering**, v. 53, n. 2, p. 290–298, 2007.

JO, J.; KO, S.; GEN, M. Solving Nonlinear Fixed Charge Transportation Problem by Spanning Tree-based Genetic Algorithm. **Journal of the Korea Institute of Information Science: Software and Applications**, v. 32, n. 8, p. 752–758, 2005.

KENNINGTON, J. The Fixed-Charge Transportation Problem: A Computational Study with a Branch-and-Bound Code. **AIIE Transactions**, v. 8, n. 2, p. 241–247, 1976.

KENNINGTON, J.; UNGER, E. A New Branch-and-Bound Algorithm for the Fixed-Charge Transportation Problem. **Management Science**, v. 22, n. 10, p. 1116–1126, 1976.

KLOSE, A. Algorithms for solving the single-sink fixed-charge transportation problem. **Computers and Operations Research**, v. 35, n. 6, p. 2079–2092, 2008.

KOWALSKI, K. On the structure of the fixed charge transportation problem. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 36, n. 8, p. 879–888, 2005.

KOWALSKI, K.; LEV, B. On step fixed-charge transportation problem. **Omega**, v. 36, n. 5, p. 913–917, 2008.

KOWALSKI, K.; LEV, B.; SHEN, W.; TU, Y. A fast and simple branching algorithm for solving small scale fixed-charge transportation problem. **Operations Research Perspectives**, v. 1, n. 1, p. 1–5, 2014.

KUHN, H. W.; BAULMOL, W. An Approximate Algorithm for the Fixed-Charge Transportation Problem. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 9, n. 1, p. 1–15, 1962.

LAMAR, B. W.; WALLACE, C. A. Revised-Modified Penalties for Fixed Charge Transportation Problems. **Management Science**, v. 43, n. 10, p. 1431–1436, 1997.

LAWPHONGPANICH, S. Dynamic slope scaling procedure and lagrangian relaxation with subproblem approximation. **Journal of Global Optimization**, v. 35, n. 1, p. 121–130, 2006.

LEV, B.; KOWALSKI, K. Modeling fixed-charge problems with polynomials. **Omega**, v. 39, n. 6, p. 725–728, 2011.

LIU, L.; LIN, L. Fuzzy Fixed Charge Solid Transportation Problem and its Algorithm. Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. **Anais...** . p.5, 2007.

LOCH, G. V. **Uma nova abordagem no processo iterativo de melhoria de solução na resolução do problema de transporte.**, 2014. Universidade Federal do Paraná.

LOCH, G. V.; SILVA, A. C. L. DA. A computational experiment in a heuristic for the Fixed Charge Transportation Problem. **International Refereed Journal of Engineering and Science**, v. 3, n. 4, p. 1–7, 2014.

LOSONSKY, P. SENSITIVITY OF A SOLUTION APPROACH TO THE FIXED CHARGE TRANSPORTATION PROBLEM USING A DYNAMIC SLOPE SCALING PROCEDURE. **Journal of Information, Control and Management Systems**, v. 4, n. 2, p. 163–168, 2006.

LOTFI, M. M.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R. A genetic algorithm using priority-based encoding with new operators for fixed charge transportation problems. **Applied Soft Computing Journal**, v. 13, n. 5, p. 2711–2726, 2013.

MA, X.; WANG, Y.; YANG, T.; ZHANG, Y. Immune Genetic Algorithm for the Fixed Charge Transportation Problem. **Proceedings on Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE2007)**, , n. 1, 2007.

MADAN, M.; GILBERT, K. An exact solution algorithm for a class of production planning and scheduling problems. **Journal of the Operational Research Society**, v. 43, n. 10, p. 961–970, 1992.

MCKEOWN, P. A Vertex Procedure for Solving the Linear Fixed-Charge Problem. **Operations Research**, v. 23, n. 6, 1975.

MCKEOWN, P. G. A branch-and-bound algorithm for solving fixed charge problems. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 28, n. 4, p. 607–617, 1981.

MCKEOWN, P. G.; RAGSDALE, C. T. A computational study of using preprocessing and stronger formulations to solve large general fixed charge problems. **Computers and Operations Research**, v. 17, n. 1, p. 9–16, 1990.

MICROSOFT CORPORATION. Visual Basic 2013. , 2014.

MURTY, K. G. Solving the Fixed Charge Problem by Ranking the Extreme Points. **Operations Research**, v. 16, n. 2, p. 268–279, 1968.

OLIVEIRA, C. R. V.; SCHMIDT, C. E.; SILVA, A. C. L. D. S. Análise da Resolução do Problema de Transporte com Custo Fixo utilizando o Cplex e o Gurobi. **ANAIS DO 1º SIMPÓSIO DE MÉTODOS NUMÉRICOS**. p.188 – 191, 2016.

OLIVEIRA, C. R. V.; SILVA, A. C. L. D. S.; LOCH, G. V.; BELTRAMI, M.; SANTOS, P. A. V. H. Análise da resolução do Problema de Transporte com Custo Fixo utilizando o CPLEX e o GUROBI. **Anais do XXII SIMPEP - Simpósio de Engenharia de Produção**. p.1–12, 2015. Bauru - SP.

OTHMAN, Z.; DELAVAR, M.-R. R.; BEHNAM, S.; LESSANIBAHRI, S. Adaptive Genetic Algorithm for Fixed-Charge Transportation Problem. **Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists**, v. I, p. 96–101, 2011.

PALEKAR, U. S.; KARWAN, M. H.; ZIONTS, S. A Branch-and-Bound Method for the

Fixed Charge Transportation Problem. **Management Science**, v. 36, n. 9, p. 1092–1105, 1990.

PINTEA, C.-M.; SITAR, C. P.; HADJU-MACELARU, M.; PETRICA, P. A Hybrid Classical Approach to a Fixed-Charged Transportation Problem. **Lecture Notes in Computer Science**, v. 7208, p. 557–566, 2012.

RAGSDALE, C. T. .; MCKEOWN, P. G. An algorithm for solving fixed-charge problems using surrogate constraints. **Computers and Operations Research**, v. 18, n. 1, p. 87–96, 1991.

RAIDL, G. R.; JULSTROM, B. A. Edge-Sets : An Effective Evolutionary Coding of Spanning Trees Edge-Sets : An Effective Evolutionary Coding of Spanning Trees. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 7, n. 3, p. 225–239, 2003.

RAJ, K. A. A. D.; RAJENDRAN, C. A genetic algorithm for solving the fixed-charge transportation model : Two-stage problem. **Computers and Operation Research**, v. 39, n. 9, p. 2016–2032, 2012.

ROBERS, P.; COOPER, L. A study of the fixed charge transportation problem. **Computers and Mathematics with Applications**, v. 2, p. 125–135, 1976.

ROBERTI, R.; BARTOLINI, E.; MINGOZZI, A. The Fixed Charge Transportation Problem: An Exact Algorithm Based on a New Integer Programming Formulation. **Management Science**, v. 61, n. 6, p. 1275–1291, 2014.

ROCHA, A. G.; MORABITO, R.; COSTA, A. M. Aplicação do método de decomposição de Benders para o problema de carregamento de paletes do produtor. **Anais do XLIII - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SOBRAPO**. v. 3, p.44–57, 2011.

SADAGOPAN, S.; RAVINDRAN, A. A vertex ranking algorithm for the fixed-charge transportation problem. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 37, n. 2, p. 221–230, 1982.

SAFI, M. R.; RAZMJOO, A. Solving fixed charge transportation problem with interval parameters. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 18-19, p. 8341–8347, 2013.

SANDROCK, K. A simple algorithm for solving small, fixed-charge transportation

problems. **Journal of the Operational Research Society**, v. 39, n. 5, p. 467–475, 1988.

SANG-MOON, S.; SEOK-CHEOUL, C.; SANG-WOOK, L.; BYUNG-HA, A. An Efficient Evolutionary Algorithm for the Fixed Charge Transportation Problem. **Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers**, v. 31, n. 1, p. 79–86, 2005.

SCHAFFER, J. R.; O'LEARY, D. E. Use of penalties in a branch and bound procedure for the fixed charge transportation problem. **European Journal of Operational Research**, v. 43, n. 3, p. 305–312, 1989.

SILVA, T. C. L. DA. **Nova metodologia para resolução de problemas de transporte em casos esparsos**, 2012. Universidade Federal do Paraná.

SPIELBERG, K. On the Fixed-Charge Transportation Problem. **Proceedings of the 19th National Conference**. v. 1, p.1–13, 1964. New York.

STEINBERG, D. I. The Fixed Charge Problem. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 17, n. 2, p. 217–236, 1970.

STEINBERG, D. I. **Designing a Heuristic for the Fixed-charge Transportation Problem**. Southern Illinois University at Edwardsville, Department of Mathematical Studies, 1977.

SU, S.; ZHAN, D. New Genetic Algorithm for the Fixed Charge Transportation Problem. 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. **Anais...** . p.7039–7043, 2006.

SUN, M.; ARONSON, J. E.; MCKEOWN, P. G.; DRINKA, D. A tabu search heuristic procedure for the fixed charge transportation problem. **European Journal of Operational Research**, v. 106, n. 2-3, p. 441–456, 1998.

SUN, M.; MCKEOWN, P. G. Tabu search applied to the general fixed charge problem. **Annals of Operations Research**, v. 41, n. 4, p. 405–420, 1993.

THOMPCKINS, C. J. **Group Theoretic Structures In the Fixed-Charge Transportation Problem**, 1971. Georgia Institute of Technology.

WALKER, W. **Adjacent Extreme Point Algorithms for the Fixed-Charge Problem.**, 1968. New York: Center for Environmental Quality Management.

WALKER, W. E. A heuristic adjacent extreme point algorithm for the fixed charge problem. **Management Science**, v. 22, p. 587–596, 1973.

WRIGHT, D. D.; VON LANZENAUER, C. H. Solving the fixed charge problem with Lagrangian relaxation and cost allocation heuristics. **European Journal of Operational Research**, v. 42, n. 3, p. 305–312, 1989.

XIE, F.; JIA, R. A note on “nonlinear fixed charge transportation problem by spanning tree-based genetic algorithm” by Jung-Bok Jo, Yinzheng Li, Mitsuo Gen, Computers & Industrial Engineering (2007). **Computers and Industrial Engineering**, v. 59, n. 4, p. 1013–1014, 2010.

YANG, T.; SHAO, L. Improved Genetic Algorithm for Fixed Charge Transportation Problem. International Symposium on Computational Intelligence and Design. **Anais...** . p.379–384, 2008.

APÊNDICE 1

Ano	Autor	Tipo	Metodologia
1954	Hirsch; Dantzig	-	Gênese do PTCF
1961	Balinski	Heurístico	Problema relaxado
1962	Kuhn; Baulmol	Heurístico	Degenerescência forçada
1964	Spielberg	Exato	Particionamento de Benders
1966	Dwyer	Híbrido	Matrizes completamente reduzidas
1967	Cooper; Drebes	Heurístico	Pontos extremos adjacentes
1967	Gray	Exato	Particionamento de Benders, Algoritmo de Hillier e Método de Balinski.
1968	Cooper; Olson	Heurístico	Método de Cooper & Drebes com perturbação.
1968	Walker	Heurístico	Algoritmo de Gomory e partição de Benders
1968	Murty	Exato	Procura por pontos extremos adjacentes
1970	Steinberg	Heurístico	Métodos heurísticos, um deles usando o <i>B&B</i>
1971	Gray	Híbrido	<i>B&B</i> e Método de Murty
1971	Thompkins	Heurístico	Agrupamento das variáveis
1975	Mckeown	Exato	Método de Murty com classificação dos vértices
1975	Cooper	Heurístico	Inserção de vetores
1975	Ahrens; Finke	Heurístico	Perturbação
1976	Kennington & Unger	Heurístico	<i>B&B</i>
1976	Roberts; Cooper	Heurístico	Refinamento para o método de <i>Balinski</i>
1977	Steinberg	Heurístico	Proposta de um método heurístico
1981	Mckeown	Heurístico	<i>B&B</i> para PGCF
1981	Barr	Heurístico	<i>B&B</i> para PTCF esparsos
1982	Sadagopan; Ravindran	Híbrido	Método de Murty com atualizações dinâmicas
1983	Gupta	Heurístico	Algoritmo de Steinberg
1988	Sandrock	Heurístico	Novo algoritmo para PTCF pequenos
1989	Schaffer; O'Leary	Heurístico	<i>B&B</i> e Algoritmo SWIFT
1989	Wright; Von Lanzanauer	Heurístico	Relaxação Lagrangeana para PGCF grandes
1990	Palekar et al.	Exato	Novas condições de penalidade
1991	Diaby	Heurístico	Procedimento de aproximação linear sucessiva aplicado a problemas com perda de recurso.
1991	Ragsdale; Mckeown	Heurístico	<i>B&B</i> com conjunto de restrições
1992	Madan; Gilbert	Heurístico	PTCF aplicado a um problema de classe de planejamento de produção e sequenciamento
1997	Hultberg; Cardoso	Heurístico	<i>B&B</i> (problema de alocação de professores)
1997	Lamar; Wallace	Heurístico	<i>B&B</i> (com modificações nas penalidades de Cabot; Erenguc e Driebeek.
1998	Gottlieb; Paulmann	Heurístico	AG
1998	Sun et al.	Heurístico	BT
1998	Gen; Li	Heurístico	Árvore geradora adaptada para o AG

1999	Bell et al.	Heurístico	B&B (com relaxamento de subproblemas)
1999	Adlakha; Kowalski	Heurístico	Solução MFL (<i>more-for-less</i>)
2001	Gen et.al	Heurístico	AG
2003	Adlakha; Kowalski	Heurístico	Método de Balinski e Vogel
2004	Adlakha; Kowalski	Heurístico	Método para o source-induced fixed-charge transportation problem
2005	Jo et al.	Heurístico	Algoritmo de Gen & Li para PTCF não linear
2005	Glover et al.	Heurístico	GIP
2005	Sang-Moon et al.	Heurístico	Algoritmo evolutivo
2005	Kowalski	Heurístico	Apresentação de novas propriedades e método para encontrar o mínimo global
2006	Losonsky	Heurístico	DSSP
2006	Lawphongpanich	Heurístico	DSSP
2006	Su; Zhan	Heurístico	AG
2006	Gen et al.	Heurístico	AG para PTCF em dois estágios.
2007	Jo et al.	Heurístico	AG e número de <i>Prüfer</i>
2007	Ma et al.	Heurístico	AGI
2007	Adlakha et al.	Heurístico	Algoritmo MFL (<i>more-for-less</i>) e método de Balinski
2008	Klose	Heurístico	Programação Dinâmica e enumeração implícita para <i>single-sink</i>
2008	Yang; Shao	Heurístico	AG
2009	Aguado – olhar	Heurístico	Relaxação Lagrangeana, algoritmo central e B&B
2010	Hajiaghaei-Keshteli et al.	Heurístico	AG e número de <i>Prüfer</i>
2010	Adlakha 2010	Heurístico	Ramificação e cálculo de limites inferiores e superiores.
2011	Othman et al.	Heurístico	AG e lógica <i>fuzzy</i>
2011	Lev; Kowalski	Heurístico	Polinômios
2012	El-Sherbiny	Heurístico	Algoritmo Imunológico Artificial
2012	Agarwal; Aneja	Exato	Projeção do poliedro do PTCF
2012	Pintea et al.	Heurístico	Algoritmo vizinho mais próximo
2013	Adlakha; Kowalski	Heurístico	B&B (com condições iniciais)
2013	Lofti; Tavakkoli-Moghaddam	Heurístico	Estrutura de Gen, número de <i>Prüfer</i>
2013	El-Sherbiny;Alhamali	Heurístico	Nuvem de Partículas e Algoritmo Imunológico Artificial
2013	Safi; Razmjoo	Heurístico	PTCF estocástico
2013	Acharya	Heurístico	Balanceamento de oferta e demanda
2014	Altassan el al.	Heurístico	Algoritmo Imunológico Artificial
2014	Loch; Silva	Heurístico	Adaptação do método MODI
2014	Adlakha	Heurístico	Ramificação
2014	Adlakha; Kowalski	Heurístico	Limite inferior quadrático
2014	Kowalski	Heurístico	Decomposição em subproblemas
2014	Roberti et al.	Exato	<i>Branch and Price</i>
2014	Buson	Heurístico	Busca local iterativa
2015	Angulo; Van Vyve	Heurístico	Estrutura de árvore e programação dinâmica

QUADRO 9 – RESUMO DA LITERATURA REVISADA PARA O PTCF

FONTE: A Autora (2017)

APÊNDICE 2

O método desenvolvido por Loch (2014) será apresentado nesta seção aplicado a um exemplo numérico em uma iteração. Antes, faz-se necessário entender os índices e a nomenclatura utilizados na expressão 11, apresentada no item 3.1.2:

$$\bar{c}'_{ij} = \begin{cases} \bar{c}_{ij}, & \text{se } i, j \notin \mathcal{H} \text{ ou } i, j \in \mathcal{H} \\ \bar{c}_{ij} + \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \notin \mathcal{H} \text{ e } j \in \mathcal{H}, r_s \in A(p) \\ \bar{c}_{ij} + \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \in \mathcal{H}, j \notin \mathcal{H}, t_s \in A(q) \\ \bar{c}_{ij} - \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \notin \mathcal{H} \text{ e } j \in \mathcal{H}, t_s \in A(q) \\ \bar{c}_{ij} - \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \in \mathcal{H}, j \notin \mathcal{H}, r_s \in A(p) \end{cases} \quad (11)$$

Quando é necessário recalcular, os novos \bar{c}'_{ij} das variáveis não básicas correspondem à soma ou diferença entre o \bar{c}_{ij} atual e o \bar{c}_{pq} , sendo que este último é o valor que irá zerar \bar{c}'_{ij} associado à variável x_{ij} que irá entrar na base. No primeiro caso da expressão 8, a atualização do \bar{c}'_{ij} permanece igual ao valor do \bar{c}_{ij} atual, ou seja, e é neste momento que acontece a economia no cálculo.

A partir de uma solução conhecida para um PT, a árvore que a representa é denominada \mathbf{T} . Ao definir a variável x_{ij} que irá entrar na base e ao mesmo tempo a que irá sair, identifica-se também a parte da árvore que será desprendida e denominada \mathbf{H} , e a outra parte passa a ser $\mathbf{T} - \mathbf{H}$. O arco (r_s, t_s) corresponde a variável x_{ij} que sai da base e o arco (p, q) a variável x_{ij} que entra na base. A nomenclatura $A(p)$ ou $A(q)$ refere-se aos ancestrais³⁹ de p ou q .

O exemplo numérico a seguir possui 7 origens e 6 destinos, com os custos unitários, quantidade de oferta e demanda em cada origem e destino conforme o QUADRO 10.

³⁹ Determinar os ancestrais, significa percorrer a árvore a partir de p ou q até a sua origem, que por adoção é a linha 1.

	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4	Destino 5	Destino 6	Oferta
Origem 1	8	2	8	11	17	2	16
Origem 2	10	10	9	12	18	7	15
Origem 3	17	2	12	11	13	8	13
Origem 4	9	4	11	14	15	16	7
Origem 5	9	11	2	2	7	13	8
Origem 6	11	16	12	14	9	19	3
Origem 7	6	10	4	17	2	10	11
Demanda	1	19	7	5	4	37	73

QUADRO 10 – CUSTOS UNITÁRIOS, QUANTIDADE E OFERTA E DEMANDA EM CADA ORIGEM E DESTINO.

FONTE: A Autora (2017)

O Método do Custo Mínimo⁴⁰ foi utilizado para encontrar uma SBFI que está exposta no QUADRO 11.

	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4	Destino 5	Destino 6	Oferta
Origem 1		16					16
Origem 2						15	15
Origem 3		3				10	13
Origem 4				4		3	7
Origem 5			7	1			8
Origem 6						3	3
Origem 7	1				4	6	11
Demanda	1	19	7	5	4	37	73

QUADRO 11 – SBFI UTILIZANDO O CUSTO MÍNIMO.

FONTE: A Autora (2017)

O método MODI (*Modified Distribution*)⁴¹ é aplicado para o cálculo dos custos atualizados, para todas as variáveis não básicas. Neste método, todos os custos atualizados das variáveis não básicas são calculados, o valor mais negativo é escolhido para entrar na base. Loch aplica o método MODI apenas na primeira iteração. Conforme o QUADRO 12, a variável x_{16} possui o valor mais negativo, portanto será a que entrará na base.

⁴⁰ Os passos desse método são amplamente divulgados na literatura e pode ser consultado em Silva (2012).

⁴¹ O método é utilizado para o teste de otimalidade e pode ser visto em Loch (2014).

	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4	Destino 5	Destino 6	Oferta
Origem 1	4		2	5	17	-6	16
Origem 2	7	9	4	7	19		15
Origem 3	13		6	5	13		13
Origem 4	-3	-6	-3		7		7
Origem 5	9	13			11	9	8
Origem 6	-4	3	-5	-3	-2		3
Origem 7		6	-4	9			11
Demanda	1	19	7	5	4	37	73

QUADRO 12 – CUSTO ATUALIZADO DAS VARIÁVEIS NÃO BÁSICAS NA 1ª ITERAÇÃO.

FONTE: A Autora (2017)

Uma legenda foi criada para identificação dos ícones que serão utilizados nos grafos do exemplo a seguir, conforme a FIGURA 10.










Legenda de ícones utilizados nos grafos	
	Origem i
	Destino j
	Arco que representa a variável x_{ij}
	Variável x_{ij} que sai da base
	Variável x_{ij} que entra na base
	Separação da árvore T em $T - H$ e H
	Arco da variável x_{ij} que entra na base
	Arco da variável x_{ij} que sai da base
	Formação de um ciclo

FIGURA 10 – ÍCONES UTILIZADOS NOS GRAFOS

FONTE: A Autora (2017)

Na subseção 3.1.2 foi mostrado que a visualização de um ciclo fica melhor ao adotar a estrutura de árvore. A FIGURA 11 mostra a árvore, destacando o ciclo formado ao inserir a variável x_{16} na base e ao realizar o θ – *loop*⁴² constata-se que a variável x_{36} sai da base. O corte no arco que liga a origem 3 com o destino 6 faz surgir a parte **H** da árvore que irá se “desprender” e nesta separação resulta a árvore **T – H**.

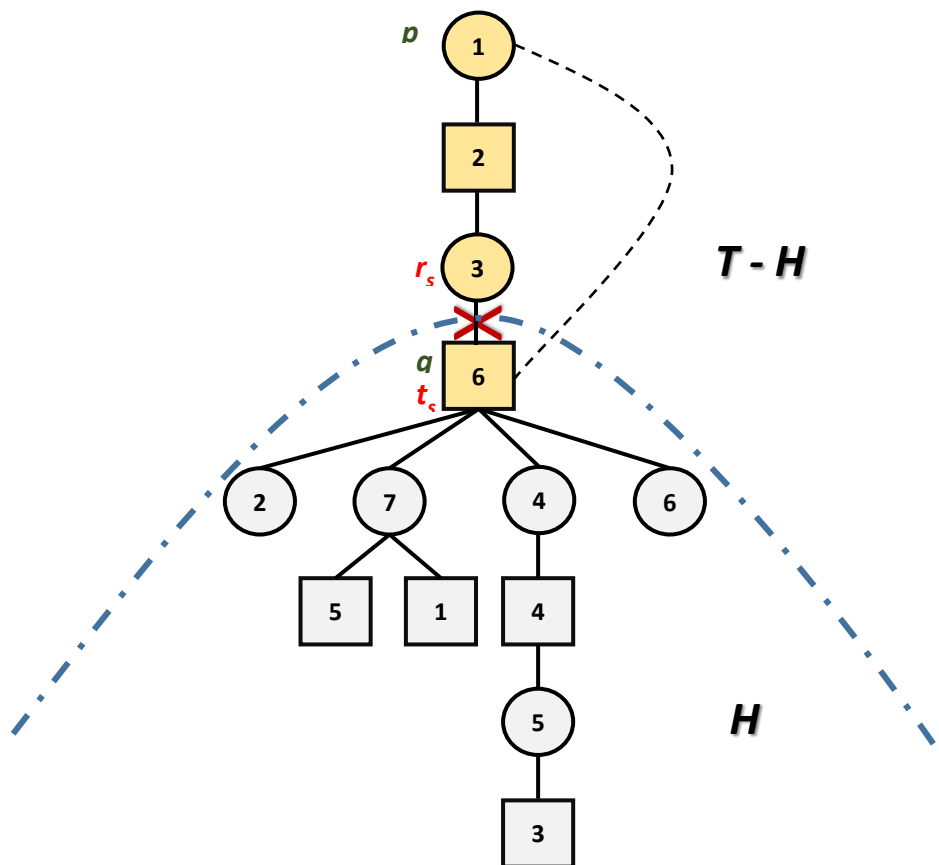


FIGURA 11 – ESTRUTURA EM ÁRVORE NA 1ª ITERAÇÃO

FONTE: A Autora (2017)

A partir da FIGURA 11, pode-se analisar a expressão 11 e verificar em quais casos que a atualização dos custos das variáveis não básicas se enquadra e assim partir para a 2ª iteração.

Para explicar a expressão 11, temos que das 42 variáveis, 12 são básicas e apenas x_{36} terá seu valor modificado, pois estará saindo da

⁴² Não será dado foco para este cálculo por fazer parte do Método MODI.

base. Sendo assim, 11 variáveis básicas, $x_{12}, x_{26}, x_{32}, x_{44}, x_{46}, x_{53}, x_{54}, x_{66}, x_{71}, x_{75}$ e x_{76} , permanecem zeradas, ou seja $\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij} = 0$.

Entre as outras 31 variáveis, 16 não-básicas possuem a característica de que sua Origem i e seu Destino j , ambos pertençam ou não a H . Neste caso, o valor atualizado do custo será mantido, ou seja, será igual ao valor atual da 1ª iteração, enquadrando-se no 1º caso da expressão 11. Cada variável deste caso está detalhada no QUADRO 13.

Variável	i	j	Resultado:
x_{21}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{23}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{24}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{25}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{41}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{43}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{45}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{51}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{55}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{56}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{61}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{63}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{64}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{65}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{73}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$
x_{74}	$\in H$	$\in H$	$\bar{c}'_{ij} = \bar{c}_{ij}$

QUADRO 13 – VARIÁVEIS NÃO-BÁSICAS QUE PERMANECEM COM O VALOR DE SEUS CUSTOS INALTERADOS NA 1ª ITERAÇÃO.

FONTE: A Autora (2017)

Restam então, 15 variáveis que realmente terão os custos atualizados modificados. Para cada variável, é necessário identificar em qual dos 4 casos ela se enquadra para realizar o cálculo.

Para cada variável x_{ij} deve-se identificar se $i \in H$ e se $j \in H$; Posteriormente, avaliar as condições de r_s e t_s com relação a $A(p)$ e $A(q)$, respectivamente, de acordo com as expressões numeradas de 9 a 14, baseadas nas definições anteriores.

$$p = O_1 \quad (12)$$

$$q = D_6 \quad (13)$$

$$r_s = O_3 \quad (14)$$

$$t_s = D_6 \quad (15)$$

$$A(p) = A(O_1) = [O_1] \quad (16)$$

$$A(q) = A(D_6) = [D_6, O_3, D_2, O_1] \quad (17)$$

Dessa forma conclui-se que $t_s \in A(q)$ e $r_s \notin A(p)$, sendo assim, os cálculos dos custos atualizados das variáveis ficam restritos a dois casos, como mostra o destaque em **negrito** da FIGURA 12.

$$\bar{c}'_{ij} = \begin{cases} \bar{c}_{ij}, & \text{se } i, j \notin \mathcal{H} \text{ ou } i, j \in \mathcal{H} \\ \bar{c}_{ij} + \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \notin \mathcal{H} \text{ e } j \in \mathcal{H}, r_s \in A(p) \\ \bar{c}_{ij} + \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \in \mathcal{H}, j \notin \mathcal{H}, t_s \in A(q) \\ \bar{c}_{ij} - \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \notin \mathcal{H} \text{ e } j \in \mathcal{H}, t_s \in A(q) \\ \bar{c}_{ij} - \bar{c}_{pq}, & \text{se } i \in \mathcal{H}, j \notin \mathcal{H}, r_s \in A(p) \end{cases}$$

FIGURA 12 – CASOS QUE SERÃO UTILIZADOS PARA O CÁLCULO DOS CUSTOS ATUALIZADOS.
FONTE: A Autora (2017)

Como exemplo, será utilizado a variável x_{16} , com $i = 1$ e $j = 6$. Analisando a árvore, temos que $i \notin H$ e $j \in H$, logo $\bar{c}'_{16} = \bar{c}_{16} - \bar{c}_{pq}$.

Sabemos que a variável x_{16} irá entrar da base, então $\bar{c}'_{16} = 0$. O valor de \bar{c}_{16} é igual a -6 , então conclui-se que $\bar{c}_{pq} = -6$.

Com o valor de \bar{c}_{pq} , o cálculo dos valores dos custos atualizados das demais variáveis pode ser realizado de maneira análoga e o QUADRO 14 detalha estas variáveis.

O QUADRO 15 tem todos os custos das variáveis x_{ij} para iniciar a 2ª iteração, sendo que os valores que sofreram alterações estão destacados.

Variável	i	j	Resultado:
x_{11}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{11} = \bar{c}_{11} - (-6)$
x_{13}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{13} = \bar{c}_{14} - (-6)$
x_{14}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{14} = \bar{c}_{14} - (-6)$
x_{15}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{15} = \bar{c}_{15} - (-6)$
x_{16}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{16} = \bar{c}_{16} - (-6)$
x_{22}	$\in H$	$\notin H$	$\bar{c}'_{22} = \bar{c}_{22} + (-6)$
x_{31}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{31} = \bar{c}_{31} - (-6)$
x_{33}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{33} = \bar{c}_{33} - (-6)$
x_{34}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{34} = \bar{c}_{34} - (-6)$
x_{35}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{35} = \bar{c}_{35} - (-6)$
x_{36}	$\notin H$	$\in H$	$\bar{c}'_{36} = \bar{c}_{36} - (-6)$
x_{42}	$\in H$	$\notin H$	$\bar{c}'_{42} = \bar{c}_{42} + (-6)$
x_{52}	$\in H$	$\notin H$	$\bar{c}'_{52} = \bar{c}_{52} + (-6)$
x_{62}	$\in H$	$\notin H$	$\bar{c}'_{62} = \bar{c}_{62} + (-6)$
x_{72}	$\in H$	$\notin H$	$\bar{c}'_{72} = \bar{c}_{72} + (-6)$

QUADRO 14 – VARIÁVEIS QUE TERÃO O CÁLCULO DE SEUS CUSTOS ATUALIZADOS NA 1ª ITERAÇÃO.

FONTE: A Autora (2017)

	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4	Destino 5	Destino 6	Oferta
Origem 1	10	VB	8	11	23	VB	16
Origem 2	7	3	4	7	19	VB	15
Origem 3	19	VB	12	11	19	6	13
Origem 4	-3	-12	-3	VB	7	VB	7
Origem 5	9	7	VB	VB	11	9	8
Origem 6	-4	-3	-5	-3	-2	VB	3
Origem 7	VB	0	-4	9	VB	VB	11
Demanda	1	19	7	5	4	37	73

QUADRO 15 – CUSTO ATUALIZADO DAS VARIÁVEIS NÃO BÁSICAS NA 2ª ITERAÇÃO.

FONTE: A Autora (2017)

Para reforçar o método, outra maneira de verificar que apenas alguns custos foram recalculados, podemos subtrair os valores de custo entre o QUADRO 15 e o QUADRO 12, resultando no QUADRO 16. As células que estão zeradas são relativas às variáveis básicas e não básicas que não tiveram o valor do custo modificado e por outro lado, as células que possuem valores são as mesmas do QUADRO 15 que tiveram seus custos recalculados para a 2ª iteração.

	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4	Destino 5	Destino 6
Origem 1	6	0	6	6	6	6
Origem 2	0	-6	0	0	0	0
Origem 3	6	0	6	6	6	6
Origem 4	0	-6	0	0	0	0
Origem 5	0	-6	0	0	0	0
Origem 6	0	-6	0	0	0	0
Origem 7	0	-6	0	0	0	0

QUADRO 16 – CUSTO ATUALIZADO DAS VARIÁVEIS NÃO BÁSICAS NA 2ª ITERAÇÃO.

FONTE: A Autora (2017)

De acordo com Loch (2014):

A razão economia de tempo entre o tempo médio necessário para a obtenção da solução ótima pela estrutura em árvore e o tempo médio necessário para a obtenção da solução ótima pela estrutura em quadro foi entre 54,14% e 71,87%. ... Considerando a média para todos os exemplos testados, a economia foi de 60,24%.

Essa economia de tempo pode ser observada neste pequeno exemplo, em que das 31 variáveis, apenas 15 tiveram o seu custo recalculado.

APÊNDICE 3

Nessa pesquisa os tempos computacionais não foram levados em consideração com relação aos métodos desenvolvidos, pois não serão objetos de comparação, uma vez que os métodos da literatura não foram implementados e testados na mesma máquina. Sendo assim, apenas os valores encontrados para a função objetivo foram analisados.

TABELA 34 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E TEMPO (S) PARA PROBLEMAS DA BASESUN PARA AS HEURÍSTICAS BT E GIP – TIPOS: A, B, C, D.

Tipo	Nome	BT		GIP		Tipo	Nome	BT		GIP	
		Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)			Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)
A	N3000	168,460	0,00	168,057	89,200	B	N3100	179,672	35,79	179,019	104,740
	N3001	166,930	0,00	166,678	120,040		N3101	178,518	15,08	177,861	79,690
	N3002	167,888	24,17	167,919	83,530		N3102	179,021	0,00	179,007	88,120
	N3003	168,847	5,05	168,434	35,830		N3103	179,278	15,74	179,017	178,340
	N3004	167,581	7,49	167,275	110,800		N3104	179,828	0,00	179,230	135,500
	N3005	168,251	3,75	167,639	161,480		N3105	178,714	12,78	178,160	58,840
	N3006	166,287	18,12	165,862	89,370		N3106	177,304	0,00	176,546	141,360
	N3007	167,845	15,05	167,364	79,110		N3107	178,567	18,27	177,904	193,580
	N3008	165,944	28,34	165,576	86,870		N3108	176,540	4,05	176,266	156,380
	N3009	167,206	30,79	167,193	17,610		N3109	178,077	0,00	177,599	34,440
	N300A	167,895	25,00	167,358	55,320		N310A	179,432	5,89	178,703	118,830
	N300B	168,807	8,56	168,504	152,010		N310B	180,020	16,14	179,647	31,050
	N300C	165,765	32,10	165,295	90,680		N310C	176,106	13,78	175,850	69,590
	N300D	166,295	37,89	166,217	160,870		N310D	178,287	14,60	177,328	139,220
	N300E	169,865	6,90	169,375	61,710		N310E	180,273	11,24	179,763	88,850
Tipo	Nome	BT		GIP		Tipo	Nome	BT		GIP	
		Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)			Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)
C	N3200	201,441	8,83	199,611	136,850	D	N3300	240,209	31,09	239,115	180,850
	N3201	199,720	31,54	198,843	173,350		N3301	241,428	4,10	238,570	49,700
	N3202	201,728	22,17	199,986	159,730		N3302	240,555	0,00	239,876	128,860
	N3203	200,648	25,44	199,338	142,910		N3303	237,274	22,66	237,204	54,620
	N3204	201,748	8,67	201,089	78,870		N3304	243,778	40,03	241,295	119,310
	N3205	199,576	30,98	198,764	157,080		N3305	241,594	6,99	237,920	113,120
	N3206	198,305	4,77	197,383	44,400		N3306	237,461	47,34	236,061	174,360
	N3207	200,195	18,68	198,006	115,060		N3307	238,483	0,00	236,150	106,060
	N3208	197,043	13,09	196,558	105,820		N3308	236,800	16,06	234,479	64,340
	N3209	199,160	8,49	198,262	161,340		N3309	238,961	11,03	238,233	92,410
	N320A	201,041	0,00	200,643	196,010		N330A	242,350	11,87	242,000	112,470
	N320B	202,682	29,29	201,108	81,630		N330B	243,341	0,00	241,009	168,380
	N320C	198,738	22,63	196,264	136,610		N330C	237,911	0,00	235,173	131,850
	N320D	199,738	3,55	198,158	99,290		N330D	237,071	0,00	236,002	186,260
	N320E	201,583	6,21	200,178	63,290		N330E	241,727	0,00	238,434	153,180

FONTE: Adaptado de Glover et al. (2005)

TABELA 35 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E TEMPO (S) PARA PROBLEMAS DA BASESUN PARA AS HEURÍSTICAS BT E GIP – TIPOS: E, F, G, H.

Tipo	Nome	BT		GIP		Tipo	Nome	BT		GIP	
		Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)			Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)
E	N3400	314,664	12,08	312,137	3,860	F	N3500	457,658	0,00	450,795	66,580
	N3401	314,568	30,12	309,548	166,670		N3501	454,374	2,02	445,767	197,870
	N3402	317,426	10,36	314,136	86,460		N3502	451,039	0,00	449,374	72,800
	N3403	306,564	0,00	305,622	137,670		N3503	439,546	30,72	438,734	203,010
	N3404	316,053	3,84	314,941	126,280		N3504	458,946	9,87	454,244	125,640
	N3405	314,182	0,00	311,120	171,220		N3505	452,509	18,74	448,007	66,910
	N3406	308,776	1,86	308,427	31,480		N3506	447,534	25,64	442,903	62,250
	N3407	305,782	24,08	305,442	76,280		N3507	443,375	6,54	439,880	127,010
	N3408	312,399	15,87	308,179	129,180		N3508	450,745	0,00	447,131	181,060
	N3409	315,370	0,00	312,060	130,110		N3509	453,419	4,39	451,451	112,080
	N340A	317,228	0,00	316,336	72,510		N350A	459,302	24,64	455,810	117,070
	N340B	316,352	5,64	314,486	108,630		N350B	457,231	0,00	453,736	98,910
	N340C	310,844	0,00	308,288	108,620		N350C	451,829	9,46	449,021	118,220
	N340D	309,496	2,59	308,479	184,790		N350D	451,829	9,47	449,021	116,930
	N340E	316,113	4,53	311,349	157,640		N350E	451,834	1,76	449,546	116,120
Tipo	Nome	BT		GIP		Tipo	Nome	BT		GIP	
		Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)			Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)
G	N3600	713,866	22,33	713,202	140,810	H	N3700	1253,875	0,00	1217,475	178,180
	N3601	722,657	2,36	709,804	94,500		N3701	1237,126	17,43	1217,557	158,150
	N3602	716,002	4,25	704,514	19,510		N3702	1230,006	20,04	1211,000	81,350
	N3603	702,926	8,07	698,859	204,770		N3703	1213,135	0,00	1213,202	17,970
	N3604	731,657	13,78	719,948	193,040		N3704	1247,729	0,00	1230,928	57,010
	N3605	710,327	0,00	701,139	148,870		N3705	1242,727	8,95	1223,852	107,190
	N3606	715,812	13,49	711,073	25,390		N3706	1240,640	0,00	1233,656	99,530
	N3607	701,699	2,52	696,387	174,970		N3707	1213,414	22,13	1193,304	145,940
	N3608	705,938	16,91	709,132	42,010		N3708	1220,714	1,47	1222,297	178,480
	N3609	717,733	9,56	713,193	154,760		N3709	1220,415	0,00	1211,783	167,970
	N360A	730,942	0,00	729,011	29,410		N370A	1255,481	3,33	1256,831	153,140
	N360B	727,058	0,00	718,435	132,130		N370B	1243,265	17,17	1229,574	120,680
	N360C	725,348	0,00	716,833	78,040		N370C	1243,686	1,45	1229,667	176,720
	N360D	725,348	0,00	716,833	78,150		N370D	1243,686	1,45	1229,667	181,080
	N360E	722,009	3,49	712,120	158,400		N370E	1219,003	0,00	1220,285	156,000

FONTE: Adaptado de Glover et al. (2005)

TABELA 36 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E TEMPO (S) PARA PROBLEMAS DA BASESUN PARA AS HEURÍSTICAS CORE2 E CORE3 – TIPOS: A,B,C,D.

Tipo	Nome	CORE2		CORE3		Tipo	Nome	CORE2	
		Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)			Valor F.O.	Tempo (s)
A	N3000	168,212	21,11	167,957	81,360	C	N3200	200,670	68,53
	N3001	166,806	24,03	166,684	84,730		N3201	199,797	75,72
	N3002	168,145	26,05	168,000	86,830		N3202	201,593	66,81
	N3003	168,680	22,27	168,431	82,330		N3203	200,055	45,30
	N3004	167,593	20,94	167,244	81,200		N3204	201,408	72,44
	N3005	168,041	28,63	167,658	89,170		N3205	199,960	75,46
	N3006	165,943	25,28	165,747	85,810		N3206	198,189	41,53
	N3007	167,515	27,03	167,349	87,720		N3207	199,096	46,14
	N3008	165,968	34,69	165,888	95,560		N3208	197,292	41,22
	N3009	167,320	34,55	167,080	95,810		N3209	198,497	48,89
	N300A	167,568	24,00	167,436	84,970		N320A	201,108	58,97
	N300B	168,727	35,48	168,633	95,810		N320B	201,813	46,98
	N300C	165,734	59,41	165,698	119,950		N320C	197,334	43,97
	N300D	166,446	35,25	166,371	100,500		N320D	199,184	51,66
	N300E	169,958	32,73	169,490	93,520		N320E	201,444	51,34
Tipo	Nome	CORE2		CORE3		Tipo	Nome	CORE2	
		Valor F.O.	Tempo (s)	Valor F.O.	Tempo (s)			Valor F.O.	Tempo (s)
B	N3100	179,084	14,27	178,927	74,700	D	N3300	240,597	66,30
	N3101	178,318	30,05	177,761	91,410		N3301	240,410	94,73
	N3102	179,271	36,41	179,271	96,840		N3302	242,310	110,91
	N3103	179,369	40,14	179,231	100,550		N3303	239,015	68,02
	N3104	179,676	22,81	179,676	83,090		N3304	243,803	72,13
	N3105	178,841	25,44	178,764	85,670		N3305	240,647	77,91
	N3106	177,116	25,61	176,720	86,020		N3306	237,434	64,72
	N3107	178,441	39,03	178,271	99,380		N3307	237,611	86,75
	N3108	176,955	45,48	176,863	105,840		N3308	236,530	63,36
	N3109	178,069	35,33	177,843	95,630		N3309	239,293	105,31
	N310A	179,400	30,14	179,258	90,420		N330A	242,812	64,06
	N310B	180,168	46,52	179,895	108,420		N330B	242,830	76,30
	N310C	176,452	40,67	176,202	101,020		N330C	237,050	63,83
	N310D	177,943	41,30	177,797	103,580		N330D	239,881	48,09
	N310E	183,987	30,56	183,774	90,880		N330E	243,626	104,77

FONTE: Adaptado de Aguado (2009)

TABELA 37 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO DE PERTURBAÇÃO RANDÔMICA PARA A BASESUN – HEUR-1

Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
A	N3000	169,799	111,349	B	N3100	181,628	119,287	C	N3200	204,639	115,551	D	N3300	251,591	90,310
	N3001	168,716	102,124		N3101	180,022	110,805		N3201	205,456	104,918		N3301	251,160	30,832
	N3002	169,445	21,578		N3102	181,454	71,389		N3202	206,058	101,348		N3302	246,904	113,996
	N3003	169,709	86,654		N3103	182,167	99,486		N3203	202,638	33,531		N3303	244,409	89,252
	N3004	169,373	106,557		N3104	183,032	66,726		N3204	207,068	25,867		N3304	249,374	102,059
	N3005	169,426	105,337		N3105	181,700	62,392		N3205	204,507	68,221		N3305	249,013	112,652
	N3006	167,201	111,028		N3106	180,403	84,513		N3206	203,187	47,997		N3306	245,046	30,378
	N3007	169,495	119,103		N3107	181,151	99,876		N3207	203,628	117,411		N3307	248,781	53,064
	N3008	167,008	108,500		N3108	179,925	65,841		N3208	200,137	112,928		N3308	243,706	113,382
	N3009	168,663	113,125		N3109	180,886	112,218		N3209	202,741	86,754		N3309	246,592	62,925
	N300A	168,804	59,871		N310A	182,655	52,238		N320A	205,144	112,504		N330A	253,503	16,273
	N300B	170,305	111,493		N310B	183,353	36,018		N320B	207,375	36,764		N330B	256,542	56,795
	N300C	166,743	53,897		N310C	177,881	108,825		N320C	202,228	98,237		N330C	245,723	114,936
	N300D	167,732	118,763		N310D	179,613	62,268		N320D	203,415	108,858		N330D	247,937	97,283
	N300E	172,065	94,735		N310E	182,376	65,315		N320E	206,482	103,038		N330E	246,423	24,001
Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
E	N3400	327,741	84,183	F	N3500	484,830	58,775	G	N3600	758,665	60,956	H	N3700	1336,906	98,564
	N3401	324,488	79,088		N3501	479,462	93,483		N3601	760,982	77,947		N3701	1318,397	62,434
	N3402	327,874	32,850		N3502	476,287	40,465		N3602	757,924	22,819		N3702	1307,134	37,687
	N3403	318,602	33,372		N3503	460,189	4,602		N3603	740,703	49,337		N3703	1275,614	67,836
	N3404	332,87	119,542		N3504	479,786	23,358		N3604	765,340	112,441		N3704	1344,067	116,157
	N3405	327,676	67,294		N3505	488,039	65,554		N3605	748,467	110,252		N3705	1299,311	108,519
	N3406	322,747	79,808		N3506	465,906	94,213		N3606	741,651	56,174		N3706	1330,956	88,429
	N3407	318,221	75,075		N3507	465,508	64,780		N3607	731,527	47,675		N3707	1296,309	86,171
	N3408	325,277	106,861		N3508	475,837	93,892		N3608	748,165	89,600		N3708	1329,904	38,888
	N3409	331,601	66,692		N3509	476,098	111,129		N3609	767,125	35,486		N3709	1284,4	104,401
	N340A	336,184	30,807		N350A	478,711	111,958		N360A	774,930	35,494		N370A	1344,237	6,372
	N340B	333,663	91,899		N350B	479,087	66,672		N360B	776,945	114,935		N370B	1338,678	12,872
	N340C	328,704	101,103		N350C	479,589	99,816		N360C	767,119	110,050		N370C	1319,056	61,275
	N340D	323,351	74,920		N350D	477,724	108,974		N360D	754,821	82,304		N370D	1294,518	59,263
	N340E	335,041	34,674		N350E	473,430	100,946		N360E	758,685	37,145		N370E	1305,813	41,964

FONTE: A autora (2017)

TABELA 38 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO DE BALINSKI MODIFICADO PARA A BASE SUN – HEUR-2

Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
A	N3000	173,192	0,302	B	N3100	186,292	0,509	C	N3200	213,453	0,223	D	N3300	260,025	0,164
	N3001	171,841	23,031		N3101	184,066	0,392		N3201	210,677	0,449		N3301	259,682	0,555
	N3002	171,98	0,413		N3102	186,125	0,418		N3202	210,914	0,518		N3302	254,750	0,391
	N3003	173,454	0,635		N3103	185,943	0,484		N3203	207,384	0,423		N3303	254,802	0,253
	N3004	174,016	0,719		N3104	184,707	0,387		N3204	211,35	1,147		N3304	257,030	0,326
	N3005	171,978	1,125		N3105	185,76	0,784		N3205	208,181	0,662		N3305	256,069	0,363
	N3006	170,942	0,958		N3106	184,066	0,334		N3206	207,502	0,392		N3306	254,582	0,283
	N3007	172,311	0,631		N3107	185,329	0,445		N3207	211,46	0,240		N3307	252,910	0,301
	N3008	170,507	3,539		N3108	183,813	0,366		N3208	211,177	0,435		N3308	259,363	0,256
	N3009	171,551	0,978		N3109	184,939	0,388		N3209	208,977	0,310		N3309	254,198	0,255
	N300A	172,168	0,589		N310A	186,785	0,391		N320A	209,539	0,290		N330A	258,704	0,657
	N300B	173,378	1,666		N310B	186,041	0,749		N320B	211,99	0,241		N330B	259,147	0,852
	N300C	171,424	1,950		N310C	182,13	0,378		N320C	208,422	0,314		N330C	256,883	0,307
	N300D	171,462	0,469		N310D	184,731	0,462		N320D	210,732	0,418		N330D	257,864	0,562
	N300E	175,811	0,470		N310E	188,57	0,744		N320E	211,647	0,296		N330E	254,216	0,316
Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
E	N3400	340,356	0,477	F	N3500	490,330	0,970	G	N3600	766,614	0,714	H	N3700	1336,004	2,484
	N3401	330,679	0,329		N3501	493,500	0,681		N3601	772,051	0,499		N3701	1332,231	0,731
	N3402	338,342	0,409		N3502	494,937	0,249		N3602	772,656	0,205		N3702	1329,865	0,357
	N3403	320,794	0,461		N3503	472,101	0,337		N3603	749,656	0,551		N3703	1295,345	1,504
	N3404	342,057	0,842		N3504	486,899	0,406		N3604	800,081	0,972		N3704	1340,184	1,111
	N3405	339,340	0,229		N3505	498,976	0,540		N3605	770,113	0,243		N3705	1369,398	3,710
	N3406	335,631	0,241		N3506	484,531	0,609		N3606	775,212	0,504		N3706	1335,461	2,057
	N3407	324,069	0,202		N3507	479,314	0,304		N3607	751,271	0,196		N3707	1303,389	0,230
	N3408	330,799	0,470		N3508	493,679	0,288		N3608	781,372	0,213		N3708	1350,563	0,780
	N3409	336,455	0,275		N3509	485,839	0,297		N3609	767,977	0,942		N3709	1338,702	0,645
	N340A	337,970	0,211		N350A	495,439	1,128		N360A	785,010	0,569		N370A	1352,749	0,244
	N340B	336,233	0,345		N350B	489,304	0,356		N360B	813,126	0,552		N370B	1383,858	0,593
	N340C	336,294	0,215		N350C	486,300	0,280		N360C	793,302	0,292		N370C	1333,805	0,694
	N340D	331,022	0,350		N350D	486,300	0,370		N360D	793,302	0,251		N370D	1333,805	0,716
	N340E	338,198	0,624		N350E	496,036	0,697		N360E	765,701	1,044		N370E	1327,270	0,514

FONTE: A autora (2017)

TABELA 39 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO DE KOWALSKI PARA A BASESUN – KOWA

Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
A	N3000	168,131	3,257	B	N3100	179,334	13,464	C	N3200	200,494	9,27	D	N3300	241,679	6,611
	N3001	166,934	1,507		N3101	178,169	19,370		N3201	200,127	2,231		N3301	241,939	0,826
	N3002	167,925	5,172		N3102	179,133	66,373		N3202	201,038	9,201		N3302	241,915	6,398
	N3003	168,662	5,015		N3103	179,579	1,722		N3203	200,677	6,076		N3303	238,656	1,200
	N3004	167,482	3,224		N3104	179,713	0,288		N3204	202,223	17,196		N3304	242,678	9,131
	N3005	167,964	0,559		N3105	178,760	3,611		N3205	199,773	9,296		N3305	240,552	8,404
	N3006	165,912	11,943		N3106	176,919	1,533		N3206	198,025	52,391		N3306	238,234	37,004
	N3007	167,394	6,249		N3107	178,315	11,952		N3207	199,018	12,823		N3307	237,990	3,668
	N3008	165,908	1,133		N3108	176,770	9,962		N3208	197,876	1,905		N3308	236,544	3,677
	N3009	167,346	7,431		N3109	178,141	58,993		N3209	198,919	10,256		N3309	240,139	9,196
	N300A	167,417	9,202		N310A	179,275	1,006		N320A	201,478	2,724		N330A	242,994	29,688
	N300B	168,598	7,074		N310B	180,002	0,667		N320B	202,208	29,557		N330B	243,372	10,066
	N300C	165,526	11,287		N310C	176,568	9,069		N320C	197,355	10,308		N330C	237,547	14,790
	N300D	166,421	13,811		N310D	177,462	51,189		N320D	199,197	7,324		N330D	238,298	23,078
	N300E	169,550	54,318		N310E	180,332	2,250		N320E	200,974	9,989		N330E	240,689	28,698
Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
E	N3400	316,362	1,805	F	N3500	458,422	1,184	G	N3600	732,168	13,871	H	N3700	1260,672	0,440
	N3401	315,399	7,592		N3501	457,816	2,852		N3601	732,6	5,529		N3701	1265,816	0,463
	N3402	318,008	4,007		N3502	462,227	1,968		N3602	730,796	0,981		N3702	1261,579	0,344
	N3403	310,845	4,412		N3503	452,885	4,684		N3603	730,57	10,072		N3703	1242,349	5,069
	N3404	319,824	3,691		N3504	465,521	7,62		N3604	741,68	3,222		N3704	1274,277	11,187
	N3405	318,924	22,532		N3505	458,830	43,871		N3605	735,085	4,636		N3705	1277,733	0,502
	N3406	312,77	36,941		N3506	452,775	26,08		N3606	727,353	0,811		N3706	1287,734	17,067
	N3407	309,804	3,141		N3507	447,672	22,18		N3607	712,472	7,975		N3707	1239,992	4,965
	N3408	314,16	16,107		N3508	457,637	0,79		N3608	723,225	23,288		N3708	1282,088	16,527
	N3409	313,901	10,240		N3509	458,914	15,701		N3609	732,777	4,609		N3709	1252,323	10,819
	N340A	322,095	7,302		N350A	465,608	11,272		N360A	745,675	7,168		N370A	1298,247	1,285
	N340B	322,738	2,447		N350B	467,970	17,758		N360B	742,081	0,783		N370B	1274,252	3,443
	N340C	312,447	10,271		N350C	459,726	17,499		N360C	737,283	19,335		N370C	1259,264	14,797
	N340D	313,07	6,151		N350D	459,726	18,791		N360D	737,283	23,637		N370D	1259,264	15,140
	N340E	316,522	22,490		N350E	461,909	11,119		N360E	731,946	0,522		N370E	1255,569	4,536

FONTE: A autora (2017)

TABELA 40 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO UTILIZANDO O MÉTODO HEUR-3

Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
A	N3000	168,100	73,268	B	N3100	179,075	115,276	C	N3200	200,322	90,960	D	N3300	240,299	76,561
	N3001	166,761	57,984		N3101	177,984	20,629		N3201	199,819	0,304		N3301	240,194	17,826
	N3002	167,813	32,603		N3102	178,931	98,872		N3202	200,879	65,001		N3302	240,965	57,244
	N3003	168,424	52,952		N3103	179,122	60,731		N3203	199,633	89,822		N3303	238,050	6,182
	N3004	167,308	59,603		N3104	179,454	50,598		N3204	201,803	31,377		N3304	242,430	1,628
	N3005	167,850	33,754		N3105	178,424	35,610		N3205	199,580	72,423		N3305	239,753	9,137
	N3006	165,825	33,055		N3106	176,492	22,840		N3206	197,417	27,770		N3306	237,016	103,293
	N3007	167,384	48,619		N3107	178,138	17,913		N3207	198,664	0,241		N3307	236,811	29,934
	N3008	165,701	16,630		N3108	176,338	20,577		N3208	197,262	2,826		N3308	235,759	56,711
	N3009	167,234	10,650		N3109	177,790	87,053		N3209	198,856	37,082		N3309	239,968	49,641
	N300A	167,356	7,907		N310A	179,086	19,507		N320A	200,951	34,357		N330A	242,460	39,900
	N300B	168,591	32,306		N310B	179,689	25,457		N320B	201,233	36,153		N330B	241,650	13,639
	N300C	165,492	89,136		N310C	176,188	2,186		N320C	196,991	45,210		N330C	236,941	102,294
	N300D	166,307	2,399		N310D	177,306	95,813		N320D	198,755	47,660		N330D	237,584	54,509
	N300E	169,466	1,077		N310E	179,937	73,677		N320E	200,771	54,207		N330E	240,548	9,418
Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)	Tipo	Nome	Valor F.O.	Tempo (s)
E	N3400	314,366	44,371	F	N3500	455,697	15,628	G	N3600	724,536	62,602	H	N3700	1243,5220	12,3720
	N3401	312,847	43,912		N3501	453,479	12,649		N3601	721,167	39,935		N3701	1241,5190	35,7830
	N3402	316,917	9,114		N3502	455,119	2,805		N3602	721,880	35,066		N3702	1226,7430	31,0540
	N3403	309,617	16,589		N3503	443,929	29,037		N3603	707,105	78,079		N3703	1217,4540	52,2930
	N3404	318,056	3,938		N3504	460,386	34,701		N3604	727,915	14,293		N3704	1257,3690	48,6230
	N3405	316,717	45,475		N3505	453,014	2,971		N3605	725,679	48,802		N3705	1248,2960	18,8460
	N3406	310,307	23,801		N3506	451,210	26,785		N3606	714,355	1,744		N3706	1241,9620	0,4430
	N3407	307,744	70,591		N3507	443,767	6,932		N3607	706,823	11,586		N3707	1213,0730	5,1310
	N3408	309,069	47,403		N3508	452,440	18,226		N3608	717,069	39,816		N3708	1238,9110	48,1610
	N3409	314,893	27,039		N3509	455,084	24,728		N3609	725,268	30,241		N3709	1237,2590	16,6710
	N340A	319,017	40,906		N350A	462,129	36,300		N360A	738,061	79,877		N370A	1269,3140	39,6330
	N340B	318,646	70,189		N350B	461,679	46,955		N360B	729,226	9,156		N370B	1256,0050	10,5300
	N340C	310,640	9,576		N350C	455,719	18,904		N360C	728,740	10,819		N370C	1254,8350	5,0410
	N340D	311,698	10,899		N350D	455,719	18,859		N360D	728,740	10,905		N370D	1254,8350	4,9880
	N340E	313,759	14,486		N350E	459,913	24,324		N360E	724,606	19,778		N370E	1232,4590	1,1470

FONTE: A autora (2017)

TABELA 41 – VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO E GAP UTILIZANDO O SOLVER GUROBI 7.0.1 PARA A BASESUN NO TEMPO DE 120S

Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)	Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)	Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)	Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)
A	N3000	168,278	1,050	B	N3100	179,384	1,854	C	N3200	200,176	3,065	D	N3300	241,251	5,655
	N3001	166,945	1,120		N3101	178,147	1,944		N3201	199,993	3,514		N3301	241,252	5,818
	N3002	167,975	1,150		N3102	179,288	2,008		N3202	201,434	3,701		N3302	243,130	6,449
	N3003	168,621	0,920		N3103	179,698	1,950		N3203	200,160	3,348		N3303	239,384	5,969
	N3004	167,542	1,080		N3104	179,953	2,156		N3204	202,207	3,600		N3304	245,603	6,764
	N3005	167,841	1,100		N3105	178,753	1,782		N3205	200,179	3,311		N3305	241,072	5,675
	N3006	166,058	0,950		N3106	176,894	1,630		N3206	198,222	3,277		N3306	239,370	5,803
	N3007	167,546	1,150		N3107	178,513	1,890		N3207	199,571	3,491		N3307	238,013	5,456
	N3008	165,899	1,030		N3108	176,804	1,924		N3208	197,685	3,347		N3308	237,440	5,791
	N3009	167,431	1,120		N3109	178,135	2,006		N3209	199,417	3,624		N3309	240,705	6,129
	N300A	167,550	1,040		N310A	179,346	1,765		N320A	201,887	3,372		N330A	243,098	5,053
	N300B	168,712	1,160		N310B	179,981	1,854		N320B	202,023	3,351		N330B	245,218	6,435
	N300C	165,378	1,170		N310C	176,041	1,797		N320C	197,858	3,762		N330C	238,880	6,344
	N300D	166,392	0,960		N310D	177,698	1,846		N320D	199,597	3,627		N330D	240,059	6,127
	N300E	169,667	1,270		N310E	180,343	1,936		N320E	201,809	3,858		N330E	240,247	5,871
Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)	Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)	Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)	Tipo	Nome	Valor F.O.	GAP (%)
E	N3400	318,006	9,267	F	N3500	463,124	13,222	G	N3600	742,307	17,323	H	N3700	1281,678	18,988
	N3401	317,039	9,150		N3501	466,570	14,194		N3601	741,094	17,336		N3701	1283,392	20,960
	N3402	320,987	10,115		N3502	464,078	13,666		N3602	741,340	17,552		N3702	1269,014	19,244
	N3403	314,158	10,174		N3503	452,057	14,190		N3603	730,714	19,052		N3703	1262,468	21,290
	N3404	322,012	9,622		N3504	469,097	13,777		N3604	751,685	17,402		N3704	1302,562	20,870
	N3405	318,458	9,496		N3505	467,825	14,017		N3605	736,289	15,773		N3705	1294,037	20,202
	N3406	316,476	9,253		N3506	458,869	13,154		N3606	737,734	16,818		N3706	1284,530	20,564
	N3407	312,142	9,207		N3507	451,817	13,336		N3607	724,372	17,068		N3707	1247,299	19,177
	N3408	312,400	8,996		N3508	459,491	13,694		N3608	741,933	17,503		N3708	1274,180	19,472
	N3409	321,465	11,034		N3509	464,740	13,418		N3609	743,339	17,530		N3709	1298,613	21,790
	N340A	325,127	9,586		N350A	470,779	13,438		N360A	750,143	16,341		N370A	1300,284	19,384
	N340B	321,983	9,665		N350B	465,954	12,703		N360B	756,731	17,388		N370B	1299,706	19,412
	N340C	315,718	9,924		N350C	460,662	13,247		N360C	740,086	16,179		N370C	1288,410	19,626
	N340D	316,341	9,820		N350D	460,662	13,261		N360D	740,086	16,189		N370D	1288,410	19,784
	N340E	317,170	9,178		N350E	462,535	13,200		N360E	742,640	17,139		N370E	1282,264	19,512

FONTE: A autora (2017)